

**Étude sur la flottabilité et la stabilité  
du navire suivie d'une méthode simple  
pour le calcul des volumes de carènes et  
des éléments définissant le navire pour  
construire les tables hydrostatiques  
nécessaires aux calculs de stabilité et  
d'assiette quand on dispose des plans des  
formes du navire.**

(Par Dominique Lavoille)

**Bibliographie :**

- ❑ Mes cours d'hydro.
- ❑ **Statique du navire**, par R. Hervieu, Éditions Masson, Paris, 1985, in-8°.
- ❑ **La théorie du navire appliquée au navire de commerce**, par J. Ropars, Éditions Maritimes et d'Outre-Mer, Paris, 1962, in-4°.

# AVANT-PROPOS

Cette étude se divise en deux volets :

- **LA THEORIE DU NAVIRE** : Volet consacré à la flottabilité et à la stabilité du navire. C'est un aide mémoire succinct sur le minimum de ce qu'il faut savoir pour comprendre et appréhender les problèmes de flottabilité et de stabilité d'un navire. Les marins issus des différentes écoles d'hydrographie y retrouveront ici un mini résumé d'une partie des cours enseignés. J'espère que pour les autres cette partie n'est pas trop ennuyeuse. Elle est en tout cas nécessaire pour bien comprendre le rôle des paramètres indispensables à l'étude de la théorie du navire et qui sont calculés dans le second volet
- **LES TABLES HYDROSTATIQUES** : Volet plus pratique où l'on indique une méthode et une procédure simple de calcul des paramètres nécessaires pour définir un navire quelconque, simplement à partir des plans des formes (plan des lignes d'eau, couples de tracé, sections longitudinales). Méthode permettant de connaître le volume de carène à différents enfoncements du navire, la position du centre de carène et celle du centre de gravité des surfaces de flottaison. Le tout suivi d'une méthode tout aussi simple pour déterminer la position du centre de gravité du navire, le tout étant indispensables pour tous les calculs de stabilité et d'assiette.

Cette étude reflète des principes et des méthodes simples utilisés de nos jours pour les calculs de volume de carènes, de stabilité et d'assiettes des navires modernes, sans avoir besoin d'un calculateur ni d'un logiciel d'architecture navale. Cette méthode peut s'appliquer sans restriction aux navires anciens à partir du moment où l'on dispose des plans des formes (lignes d'eau et tracé des couples par exemple). Si en plus on dispose d'informations détaillées sur le devis de poids du navire (chose déjà plus rare), on peut alors faire tous les calculs de stabilité voulus.

# TABLE DES MATIERES

<b>AVANT-PROPOS</b>	<b>2</b>
<b>TABLE DES MATIERES</b>	<b>3</b>
<b>THEORIE DU NAVIRE</b>	<b>4</b>
<b>Définitions</b>	<b>4</b>
<b>Flottaisons isocarènes :</b>	<b>4</b>
<b>Forces agissant sur un corps flottant :</b>	<b>4</b>
Équilibre et stabilité	4
<b>Théorème d'Euler :</b>	<b>5</b>
<b>Métacentre, rayon métacentrique</b>	<b>5</b>
<b>Couple de redressement</b>	<b>6</b>
<b>Courbe de stabilité</b>	<b>8</b>
<b>Réserve de stabilité</b>	<b>10</b>
<b>Modifications de la courbe de stabilité</b>	<b>10</b>
Déplacement vertical de poids	10
Carène liquide	11
Déplacement transversal de poids	12
Effet du vent	13
<b>Aperçu sur les tables hydrostatiques</b>	<b>13</b>
<b>Calcul des tirants d'eau connaissant le déplacement du navire</b>	<b>14</b>
<b>Calcul du déplacement du navire connaissant ses tirants d'eau</b>	<b>15</b>
Corrections sur les lectures des tirants d'eau	15
Correction pour la déformation de la quille	16
Correction pour l'assiette	16
<b>TABLES HYDROSTATIQUES ET DETERMINATION DU NAVIRE LEGE</b>	<b>18</b>
<b>Tables hydrostatiques</b>	<b>18</b>
Calcul d'une aire par la méthode des trapèzes	19
Déroulement des calculs	21
Preliminaires	21
Calcul de l'aire des différentes surfaces de flottaison.	21
Calcul du volume de carène	21
Calcul de $Z_c$	22
Calcul du rayon métacentrique $r$	22
Calcul du centre de gravité de la flottaison ( $\bar{X}\bar{y}$ )	22
Calcul de la surface des différents couples.	22
Calcul de $X_c$	23
Calcul du métacentre longitudinal $R$	23
Calcul des carènes inclinées transversalement	24
Remarques :	27
Calcul des bras de levier et des courbes pantocarènes	27
<b>Détermination de la position du centre de gravité du navire</b>	<b>33</b>
Navire léger	33
Devis de poids	33
Essai de stabilité	33
Navire en charge	34

# THEORIE DU NAVIRE

## Définitions

- **Flottaison ou plan de flottaison** : plan du niveau de l'eau.
- **Ligne de flottaison** : Intersection du plan de flottaison avec la surface du flotteur.
- **Aire ou surface de flottaison** : surface comprise à l'intérieur de la ligne de flottaison, dans le plan de flottaison.
- **Carène** : Partie immergée du flotteur.
- **Volume de carène** : volume de cette partie immergée du flotteur.
- **Centre de carène** : Centre de gravité du volume de carène (volume immergé).
- **Perpendiculaire avant** : C'est la droite normale à la flottaison et passant par le point d'intersection de la carène immergée située à l'avant avec le plan de flottaison. Pour un navire de charge la perpendiculaire avant est prise pour la flottaison à pleine charge, navire droit. Elle est généralement symbolisée par « PP<sub>AV</sub> ».
- **Perpendiculaire arrière** : C'est la droite normale à la flottaison et passant par le point d'intersection de la carène immergée située à l'arrière avec le plan de flottaison. Pour un navire de charge la perpendiculaire arrière est prise pour la flottaison à pleine charge, navire droit. Elle est généralement symbolisée par « PP<sub>AR</sub> ».
- **Perpendiculaire milieu** : Droite normale à la flottaison passant par le milieu de la distance séparant les deux perpendiculaires précédentes. Elle est généralement symbolisée par « PP<sub>M</sub> ».
- **Longueur entre perpendiculaire** : c'est la distance mesurée horizontalement entre la perpendiculaire avant et la perpendiculaire arrière.
- **Tirants d'eau** : Distances du plan de flottaison au fond de la carène, éventuellement prolongée, mesurées aux perpendiculaires avant et arrière.
- **Assiette** : c'est la différence entre le tirant d'eau avant et le tirant d'eau arrière.

## Flottaisons isocarènes :

Ce sont des Flottaisons d'inclinaisons différentes qui limitent des volumes de carène égaux. Chaque mouvement de roulis ou de tangage du navire ou chaque transfert de poids d'un endroit à un autre du navire va modifier la flottaison initiale et déterminer des flottaisons isocarènes car le poids du navire n'ayant pas changé, les différents volumes de carène resteront égaux.

## Forces agissant sur un corps flottant :

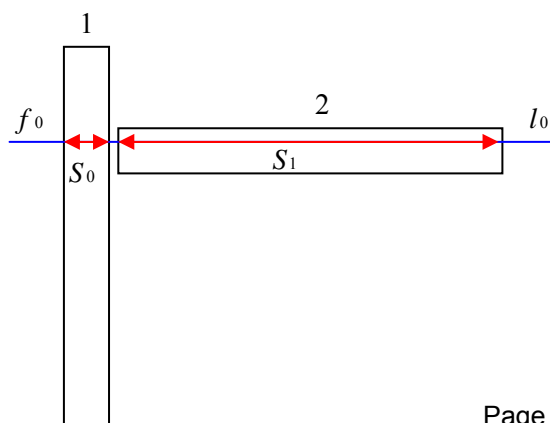
Un corps flottant est soumis à deux forces :

- Son poids qui est une force verticale, dirigée vers le bas, appliquée à son centre de gravité **G**.
- La poussée d'Archimède qui est une force verticale, dirigée vers le haut, appliquée au centre de carène **C** (centre du volume immergé du corps flottant) et égale au poids du volume du liquide déplacé ( $= \omega * V$  où  $\omega$  est la densité de l'eau et  $V$  le volume de carène).

## Équilibre et stabilité

Le corps flottant est en **équilibre** si ces deux forces sont directement opposées et égales mais cela n'implique pas sa stabilité si le corps est éloigné de sa position d'équilibre. En effet, pour un corps flottant donné (supposé indéformable), la position de son centre de gravité est fixe quelle que soit la position prise par ce corps. Par contre, la position du centre de carène où s'exerce la poussée d'Archimède est variable en fonction de la position du corps flottant par rapport au niveau de l'eau. Si le corps flottant est éloigné de sa position d'équilibre, sa

Figure 1



flottaison change et même si le volume de carène reste égal, il change de forme, donc le centre de gravité de volume se déplace. Le corps est dit **stable** si, une fois éloigné d'une faible inclinaison de sa position d'équilibre, il y revient de lui-même grâce à un système de force tendant à annuler cette inclinaison. Cette notion de stabilité et de déplacement du centre de carène est évidente dans l'exemple de la Figure 1 qui représente une planche de bois qui flotte. Dans la position 1 celle-ci est en équilibre (les deux forces en présence sont directement opposées et égales) mais seule la position 2 est stable. Le volume immergé est pourtant le même dans les deux cas, seule la forme de la flottaison ( $S_0$  et  $S_1$ ) varie. La stabilité dépend donc de la forme de la surface de flottaison comme on le verra un peu plus loin.

## Théorème d'Euler :

L'intersection de deux flottaisons isocarènes infiniment voisines passe par le centre de gravité de chacune de ses flottaisons

L'intersection de deux surfaces de flottaisons isocarènes détermine un **axe d'inclinaison** autour duquel pivote le navire et cet axe d'inclinaison passe par le centre de gravité de chacune de ces surfaces de flottaison. Chaque surface de flottaison possède une infinité d'axe d'inclinaison mais chacun d'eux passe par le centre de gravité de cette surface.

Dans la Figure 2 ci-contre  $f_0-l_0$  et  $f_1-l_1$  sont les surfaces de flottaisons isocarènes.

Ces deux surfaces se coupent en A qui est sur l'axe d'inclinaison.

On appelle **plan d'inclinaison** tout plan perpendiculaire à l'axe d'inclinaison.

Dans le graphique ci-dessous (Figure 3), on a représenté un navire ayant un axe d'inclinaison différent de son axe longitudinal. On y a marqué la position d'un plan d'inclinaison et du centre de gravité de la surface de flottaison ( $\gamma$ ).

Dans les calculs de stabilité, le plan d'inclinaison est pris au niveau du centre de gravité de la flottaison ( $\gamma$ ).

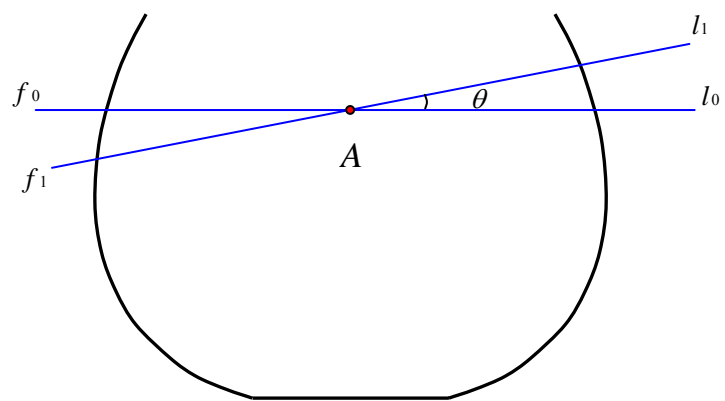


Figure 2

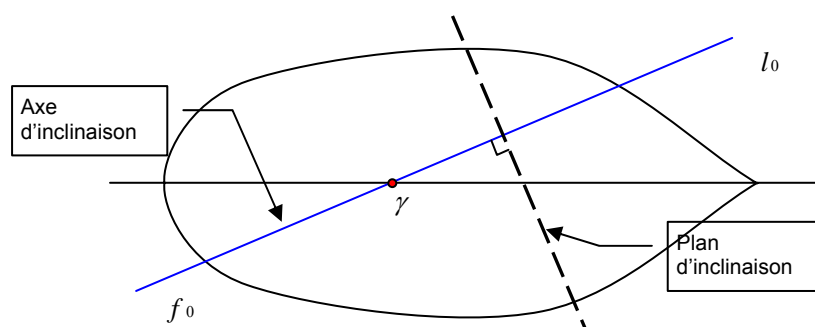


Figure 3

## Métacentre, rayon métacentrique

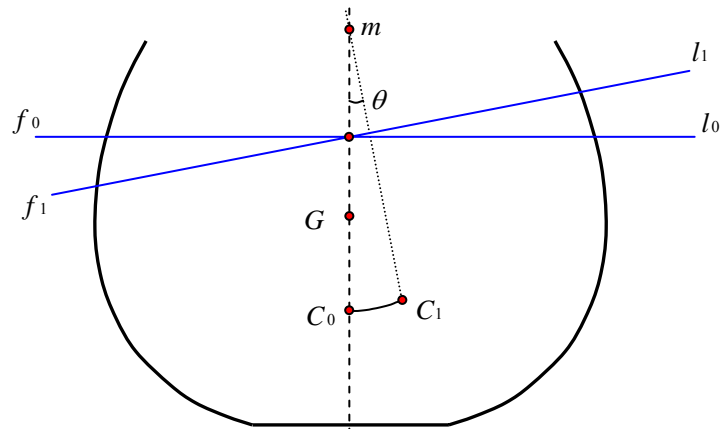
Quand on incline le corps flottant d'un angle  $\theta$  (voir Figure 4), la flottaison  $f_0-l_0$  devient la flottaison isocarène  $f_1-l_1$ . La position du centre de gravité G ne change pas mais celle du centre de carène  $C_0$  se déplace et pour chaque inclinaison selon des axes différents, on obtient une surface gauche sur laquelle se déplace le centre de carène relatif à toutes les flottaisons isocarènes.

Si on projète cette surface C sur un plan d'inclinaison, on obtient une courbe C qui est l'ensemble des projections orthogonales des centres de carène isocarènes sur le plan d'inclinaison. Par la suite;

on parlera de centre de carène et de centre de gravité pour désigner en fait les projections orthogonales de ces centres sur le plan d'inclinaison.

Figure 4

En tous points de la courbe C, la tangente à la courbe est parallèle à la flottaison correspondante et en tous points, la poussée hydrostatique est portée par la normale à la courbe C. La Figure 4 représente une portion de la courbe C (de  $C_0$  en  $C_1$ ). En première approximation, pour les angles d'inclinaison faibles, la courbe C possède un rayon de courbure dont le centre est le point **m** appelé **métacentre**.



D'après la formule de Bouguer, la distance  $C_0$ -m est égale à :

$$\rho = \frac{I_{\Delta}}{V}$$

avec :

$\rho$  = **Rayon métacentrique**

$I_{\Delta}$  = Inertie de la surface de flottaison par rapport à l'axe d'inclinaison (mesuré en  $m^4$ ).

$V$  = Volume de carène (mesuré en  $m^3$ ).

Le moment d'inertie est très fort par rapport à l'axe transversal (inclinaison longitudinale du navire) et beaucoup plus faible par rapport à l'axe longitudinal (inclinaison transversale).

A une inclinaison autour de l'axe transversal du navire c'est à dire à une inclinaison longitudinale, correspond le métacentre longitudinal (dont le rayon métacentrique est généralement symbolisé par la lettre **R**) et à une inclinaison autour de l'axe longitudinal, c'est à dire à une inclinaison transversale, correspond le métacentre transversal (dont le rayon métacentrique est généralement symbolisé par la

lettre **r**). La valeur du rayon métacentrique est différente suivant chaque axe d'inclinaison. Pour une inclinaison autour d'un axe quelconque, le rayon métacentre est compris entre le rayon métacentrique transversal **r**, le plus faible, et le rayon métacentrique longitudinal **R**, le plus fort.

Pour des angles d'inclinaisons importants, le métacentre m n'est plus fixe. Il se déplace sur une surface appelée « développée métacentrique ». On ne parle alors plus de rayon métacentrique ( $\rho$ ) mais de **hauteur métacentrique (h)**. Dans la Figure 5, le navire est incliné d'un angle important. Le centre de carène se déplace en  $C_2$  et le métacentre se déplace en  $m_2$ .

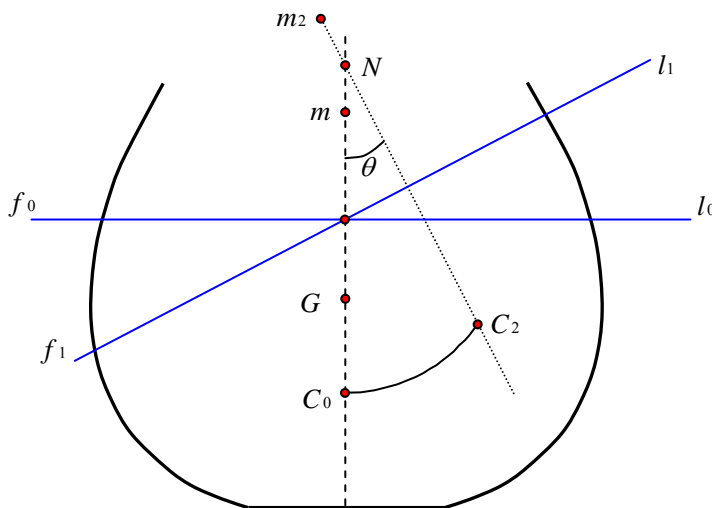


Figure 5

$C_2m_2$  coupe la verticale d'équilibre initiale en N qui est le **point métacentrique**. Pour les calculs, c'est ce point N qu'il faut considérer et on utilise alors la distance  $C_0N$  pour désigner la hauteur métacentrique (**h**).

## Couple de redressement

Le graphique de la Figure 6 montre un corps flottant incliné d'un angle  $\theta$  (flottaison  $f_1$ - $l_1$ ) par rapport à sa position d'équilibre (flottaison  $f_0$ - $l_0$ ), par exemple sous l'action du vent qui incline dans notre exemple le navire sur tribord. On est en présence de 2 flottaisons isocarènes et le centre de carène  $C_0$  se déplace en  $C_1$ . Alors que le poids du navire +P s'applique toujours depuis son centre de gravité G

(inchangé) et de façon verticale par rapport à la nouvelle flottaison  $f_1-l_1$ , la poussée d'Archimède  $-P$  s'applique aussi verticalement mais à partir de  $C_1$ .  
 Il en résulte la création d'un couple qui tend à redresser le navire et de valeur :

Figure 6

$M = P * GA$  où la distance  $GA$  représente le bras de levier du couple de redressement (voir Figure 7)

Dans le triangle  $GmA$ , rectangle en  $A$ , on a :

$$GA = Gm * \sin \theta = (h - a) * \sin \theta . \text{ D'où:}$$

$$M = P * (h - a) * \sin \theta .$$

Si le métacentre  $m$  est au dessus de  $G$ , la distance  $(h-a)$  est positive et le couple tend à redresser le navire. C'est un couple de redressement. Si le métacentre est en dessous de  $G$ , la distance  $(h-a)$  est négative et le couple tend à aggraver la gîte. C'est un couple de chavirement.

Dans notre exemple, si le vent persiste, le navire trouvera une position d'équilibre intermédiaire telle que les deux forces antagonistes seront directement opposées sur la même verticale par rapport à la nouvelle flottaison  $f_1-l_1$ . Le couple de redressement sera d'autant plus fort que le bras de levier  $GA$  de ce couple est important, donc que le métacentre  $m$  sera situé d'autant plus haut au-dessus du centre de gravité.

**Pour qu'un navire soit stable, il suffit donc que son centre de gravité soit en dessous de son métacentre.**

Étant donné que le métacentre transversal a la valeur la plus faible, l'étude de la stabilité d'un navire est donc ramenée à celle de sa stabilité transversale.

Dans les calculs de stabilité initiale, nous travaillons sur des petits angles d'inclinaison pour lesquels nous admettons en première approximation que la hauteur métacentrique ( $h$ ) est égale au rayon métacentrique ( $r$ ) c'est à dire que le centre de carène  $C$  se promène sur un arc de cercle centré en  $m$  et de rayon égal au rayon métacentrique initial  $r$  (voir § « Métacentre, rayon métacentrique », page 5).

De ce fait, le moment de redressement de notre exemple précédent peut s'écrire :

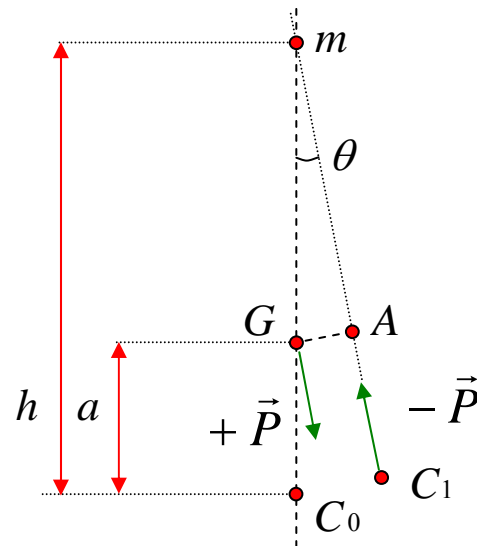
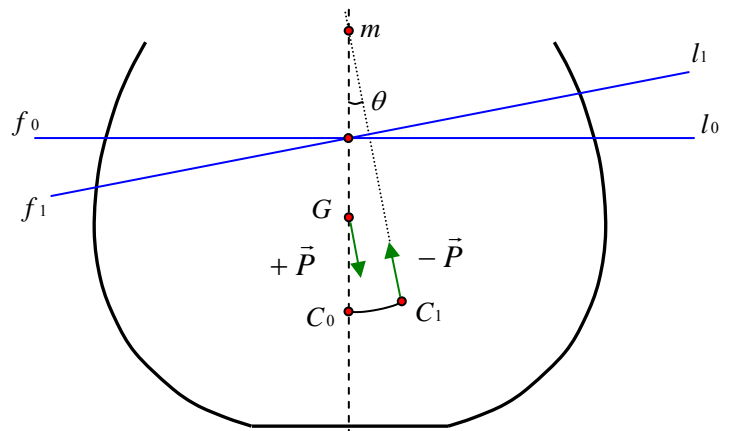


Figure 7

$M = P * (r - a) * \sin \theta$  où  $P * (r - a)$  est appelé le module de stabilité initial transversal.

Ce couple peut être décomposé en :

- $+ P * r * \sin \theta$  appelé « couple de stabilité de forme »
- $- P * a * \sin \theta$  appelé « couple de stabilité de poids »

On voit maintenant clairement que pour un navire de poids constant  $P$  qui se trouve incliné d'un angle  $\theta$ , sa stabilité dépend de deux choses :

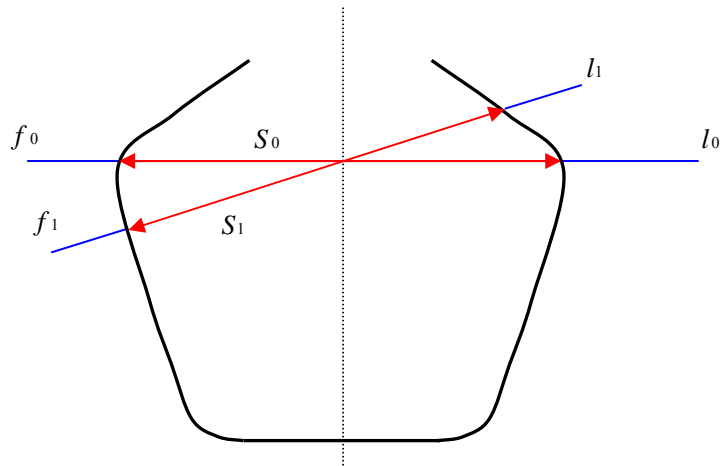


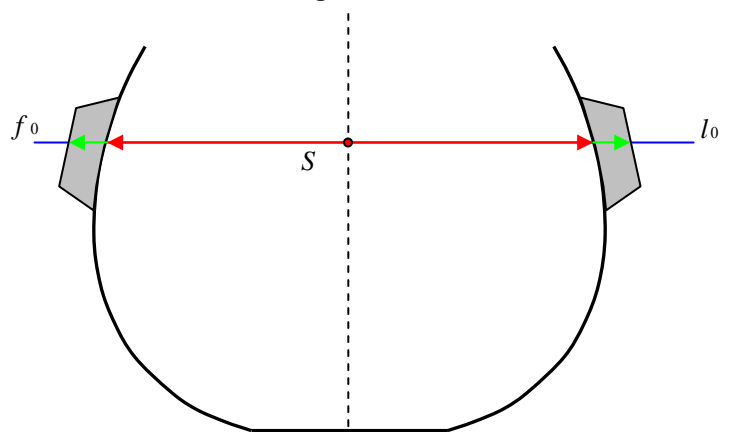
Figure 8

- **De la forme de la carène** au niveau de la flottaison. En effet la valeur du couple de redressement dépend du rayon métacentrique  $r$  et compte tenu de la formule de Bouguer (voir § « Métacentre, rayon métacentrique », page 5), elle dépend donc du volume de carène mais aussi de la forme de la surface de la flottaison (servant au calcul de l'inertie  $I$  de la surface). Plus la surface de flottaison est grande, plus le rayon métacentrique sera grand et plus le couple de redressement sera fort. Ainsi, pour les navires à coque fortement rentrante (voir Figure 8), la surface de flottaison diminue avec l'inclinaison, donc le rayon métacentrique diminue et le couple de redressement s'affaiblit. Pour la même raison, quand il est impossible d'abaisser la position du centre de gravité (pour augmenter la valeur de  $r-a$ ), il est malgré tout possible d'augmenter la stabilité transversale d'un navire en lui augmentant sa surface de flottaison, c'est à dire en lui pratiquant un « soufflage » de sa coque consistant, pour les anciens navires, à lui ajouter du bois de bordé au niveau de la flottaison habituelle du navire (voir Figure 9). Cela était une pratique courante dans l'ancienne marine.

- **De la répartition des poids dans le navire.** Plus le centre de gravité sera bas dans le fond de la cale, plus la valeur de  $a$  (distance  $C_0G$ , voir Figure 7) sera faible et plus le couple de redressement sera fort.

Il est très intéressant de connaître le module de stabilité initial transversal  $P^*(r - a)$  car il indique si, au repos, le navire restera droit ou non et donne une bonne idée de la stabilité en cours d'exploitation normale du navire et dans le mauvais temps, mais il est tout aussi utile de prévoir le comportement du navire soumis à un couple inclinant et de connaître sa réserve de stabilité c'est à dire sa capacité à ne pas chavirer. Dans ce contexte de fortes inclinaisons, on ne peut plus assimiler le rayon métacentrique  $h$  comme étant égal à  $r$  comme on l'a fait jusqu'à maintenant pour les faibles inclinaisons. A ces inclinaisons importantes, la courbe  $C$  sur laquelle se déplace le centre de carène n'est plus un arc de cercle de rayon  $r$  (voir Figure 4 et Figure 5). Les valeurs de  $h$  et de  $a$  étant fonction de l'angle d'inclinaison et obéissant à des fonctions compliquées, la meilleure méthode de connaître ces éléments est la méthode graphique.

Figure 9



## Courbe de stabilité

C'est la représentation graphique du couple de redressement  $(h - a) * \sin \theta$  en fonction de l'angle d'inclinaison  $\theta$  pour un déplacement donné et une position donnée du centre de gravité. Pour la tracer, il faut disposer des valeurs suivantes :



- La position du centre de carène C.
- La position du métacentre m.

Pour le navire à l'état initial, sans gîte, ces valeurs sont données dans les [tables hydrostatiques](#). On obtient alors la valeur de  $r-a$  (distance Gm de la Figure 7 pour  $\theta = 0^\circ$ ) qui nous donnera la pente initiale de la courbe (voir Figure 11).

Étant donné que le point métacentrique et le centre de carène se déplacent avec l'inclinaison, pour le calcul de  $(h-a)$  à différentes valeurs de  $\theta$ , on utilise généralement les courbes pantocarènes (« KN curves »). Qui donnent, en fonction du déplacement du navire, la valeur KN, pour différents angles d'inclinaison. Un exemple de courbes pantocarènes est donné Figure 34 page 28.

Cette valeur KN est parfois appelée « Bras de levier de redressement pour une côte nulle du centre de gravité ». Dans la Figure 10, le bras de levier qui nous intéresse pour tracer la courbe de stabilité est la valeur de

$$GZ = (h-a) * \sin\theta.$$

Ici, on a :  $GZ = KN - x$  où  $x = KG * \sin\theta$ .

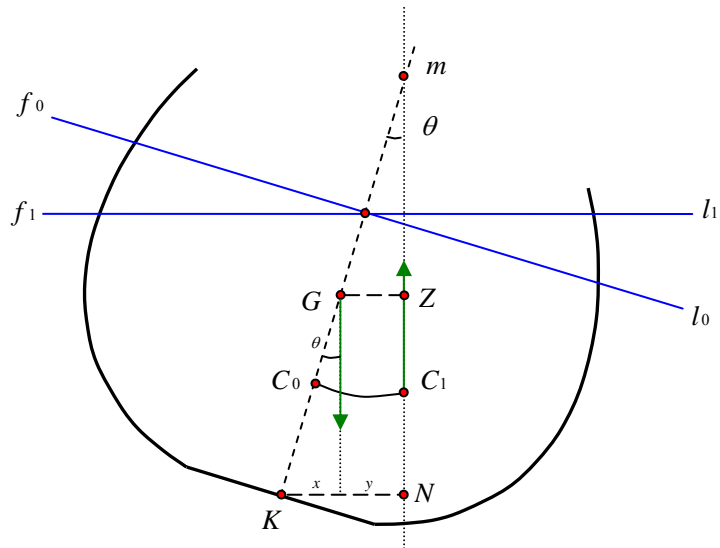


Figure 10

Le **rapport d'essai de stabilité** fait après construction et durant l'essai du navire nous permet de connaître la position du centre de gravité du navire léger par rapport à une ligne de référence (la quille). Il suffit ensuite de tenir compte de tous les autres poids ajoutés (lest, approvisionnements, marchandises, etc.) avec leurs positions par rapport la quille pour avoir la position du centre de gravité résultant (valeur KG) qui, une fois calculée, reste constante pour un état de chargement donné (au §

« Détermination de la position du centre de gravité du navire », page 33 on indique la méthode de ce calcul). Donc pour ce chargement précis, la valeur KG est connue et pour chaque valeur d'inclinaison  $\theta$ , on connaît  $x$ . Le calcul du bras de levier GZ se résume donc à connaître la valeur KN pour chaque inclinaison. Des courbes pantocarènes, on en tire pour un volume de carène donné, la valeur de KN pour différents angles d'inclinaison et on en déduit facilement les différentes valeurs de  $GZ = KN - x$ .

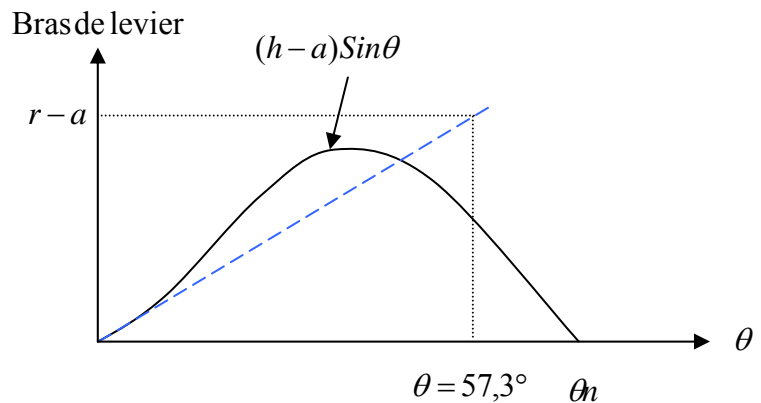


Figure 11

Sur la Figure 11, pour l'angle d'inclinaison de 1 radian ( $57,3^\circ$ ) en abscisse, on porte la valeur initiale du bras de levier ( $r-a$ ) pour une inclinaison nulle calculée plus haut. On porte ensuite aux différents angles les valeurs de GZ. La courbe à son départ, tangente la droite tracée en premier.

Pour un navire ayant une bonne stabilité, quand il s'incline, sa surface de flottaison augmente, donc l'inertie de cette surface augmente (voir formule de Bouguer), donc le métacentre s'élève et la distance  $h-a$  augmente car le point G est fixe. Le bras de levier GZ augmente donc. Le maximum est atteint quand le pont du navire commence juste à être immergé ou que le bouchain découvre. Au-delà de cette inclinaison, la surface de flottaison diminue fortement. La courbe recoupe l'axe des abscisses à la valeur  $\theta_n$ , qui est l'angle de chavirement. A cette position, on est en équilibre instable. Au-delà, le bras de levier est négatif, on a un couple non plus de redressement, mais de chavirement. Le navire chavire et rejoint sa position d'équilibre, quille en l'air.

Il est essentiel de rappeler qu'à chaque état de chargement du navire correspond une courbe de stabilité spécifique car le bras de levier de redressement dépend de la position du centre de gravité (donc du chargement) et de la position du centre de carène (donc du volume de carène).

## Réserve de stabilité

C'est le travail nécessaire à appliquer sur le navire pour le faire chavirer. Cette réserve est représentée dans notre Figure 11 par l'air comprise sous la courbe pour les valeurs positives de bras de levier. Généralement, on limite la valeur de l'angle d'inclinaison à l'angle d'envahissement qui est l'angle maxi par lequel le navire coulerait s'il y a une entrée d'eau.

## Modifications de la courbe de stabilité

### Déplacement vertical de poids

Si on déplace à bord un poids vers le haut, on crée un couple de chavirement. Dans la Figure 12 ci-contre, on suppose le navire incliné d'un angle  $\theta$  (inclinaison sur tribord). Si on déplace verticalement le poids  $p$  du point A au point B, on voit que le couple tend à augmenter la gîte. Le moment de ce couple a pour valeur  $pz \sin \theta$ .

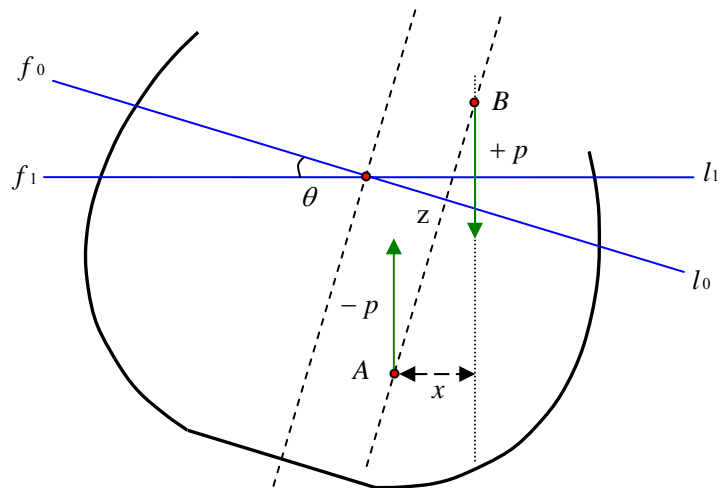


Figure 12

Pour obtenir la courbe de stabilité résultante, il faut, pour chaque angle d'inclinaison  $\theta$ , déduire du moment de redressement initial du navire le moment de ce couple de chavirement. Si la stabilité initiale du navire est bonne et que le poids déplacé est faible (courbe bleue de la Figure 13), le moment de redressement reste positif et le navire reste droit. Si elle est insuffisante ou si le poids déplacé est important (courbe rouge de la Figure 13), le moment du couple de chavirement est supérieur au moment du couple de redressement et le couple résultant est un couple de chavirement. Le navire va s'incliner d'un angle  $\theta_0$  (intersection de la courbe de stabilité avec la courbe du moment du couple parasite) où il retrouvera une position stable. Dans le graphique ci-dessous qui représente ces 2 cas de figure, cela peut aussi se résumer en fait à abaisser la courbe de stabilité initiale de la valeur du moment du couple de chavirement parasite.

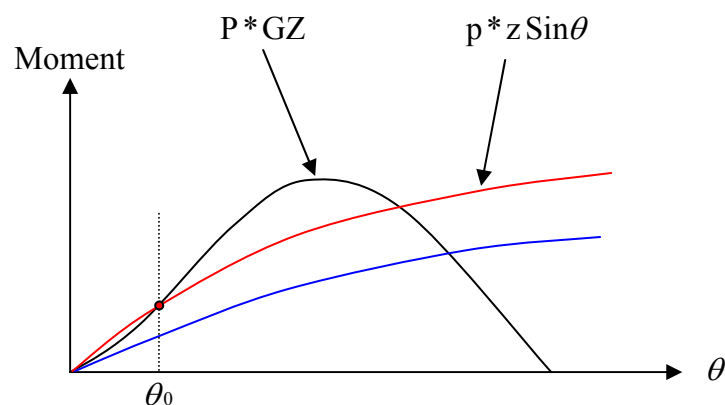


Figure 13

Si par contre on abaisse le poids, on provoque un couple de redressement qui va augmenter la réserve de stabilité.

Dans la Figure 13 et les suivantes, contrairement à la Figure 11 ci-dessus, on a représenté en ordonnée non plus la valeur du bras de levier  $GZ$  de la Figure 10 ci-dessus, mais le moment du couple ( $P * GZ$  pour le navire et  $p * z \sin \theta$  pour le couple perturbateur).



## Déplacement transversal de poids

Dans la Figure 15, à partir d'une position initiale droite et stable du navire (flottaison fo), on déplace un poids  $p$  du point A au point B. On crée un couple inclinant de valeur  $px * \text{Cos}\theta$ . Que l'on peut superposer à la courbe de stabilité initiale (voir Figure 16). La courbe résultante sera la différence des deux. Le navire s'incline et trouve une position d'équilibre avec une gîte résiduelle  $\theta_0$  (intersection de la courbe de stabilité et de la courbe du moment du couple perturbateur)

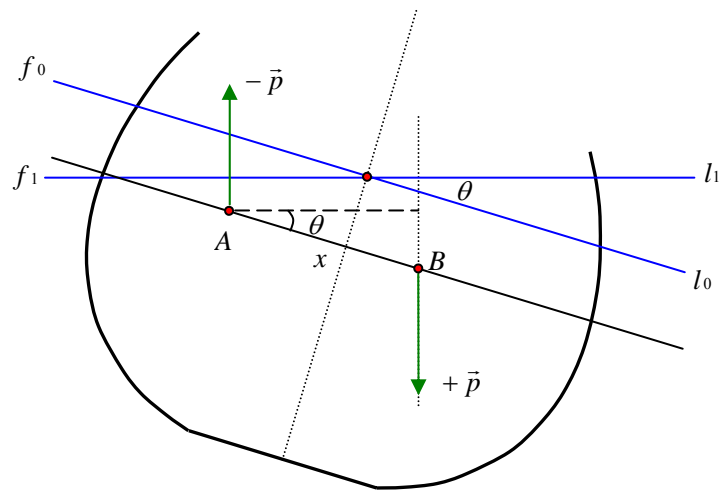


Figure 15

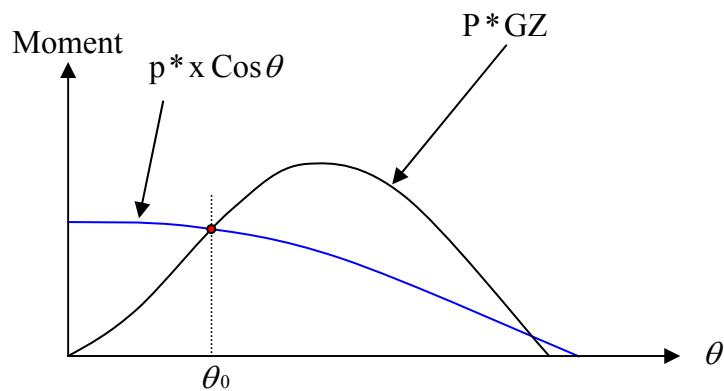


Figure 16

## Effet du vent

Dans notre exemple de la Figure 17 ci contre, la force du vent  $+F$  s'applique latéralement sur le centre de voilure A. En réaction à la dérive due au vent, une force  $-F$  s'applique sur la carène par le centre de dérive B. Cela provoque un couple inclinant égal à  $Fz \cos \theta$ . Le phénomène est donc le même que précédemment. Le navire va s'incliner d'un angle de gîte  $\theta$  jusqu'à ce que son moment de redressement compense le moment inclinant du au vent.

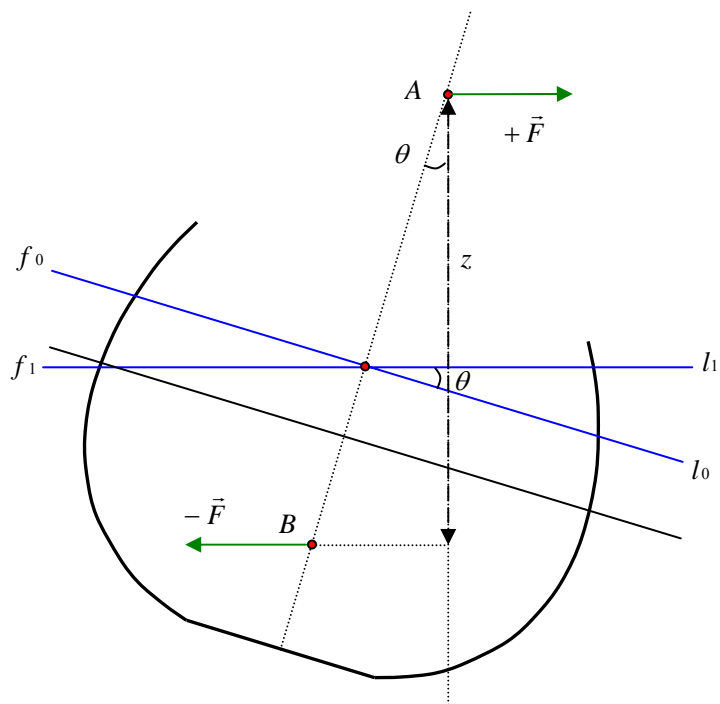


Figure 17

## Aperçu sur les tables hydrostatiques

Dans ce qui précède, on a commencé à parler des tables hydrostatiques qui font en fait l'objet du second volet de cette étude. Étant donné que l'on va les utiliser pour le chapitre qui suit sur les tirants d'eau et l'assiette du navire, il n'est pas inutile de commencer à en parler maintenant. Ces tables donnent tous les éléments nécessaires aux calculs de stabilité et d'assiette du navire pour chaque valeur du tirant d'eau à la verticale du centre de gravité de la flottaison correspondante ( $T_\gamma$ ). Généralement, sur les navires modernes, les valeurs peuvent être données tous les 10 Cm de tirant d'eau. On peut donc entrer dans la table par le tirant d'eau ou par le volume de carène ou le déplacement. Les coordonnées du centre de carène et du centre de gravité de flottaison sont données par rapport à la perpendiculaire arrière et la ligne d'eau zéro (quille). Le déplacement est donné à titre indicatif pour une densité d'eau de mer standard (1,025). Les éléments de cette table sont calculés pour une assiette nulle.

$T_\gamma$	V (volume de carène)	P (déplacement = $V * 1,025$ )	$X_c$	$Z_c$	$X_\gamma$	r	R

Nous n'en dirons pas plus pour l'instant. Le second volet de cette étude donne une méthode facile de calcul de ces éléments afin de construire cette table quand on ne dispose que des plans des formes du navire.

## Calcul des tirants d'eau connaissant le déplacement du navire

Pour le calcul de l'enfoncement et de l'assiette du navire, donc de ses tirants d'eau avant et arrière, il faut connaître :

- ❑ Le poids et la position du centre de gravité du navire lège.
- ❑ Le poids et la position du centre de gravité de l'ensemble des poids ajoutés au navire lège (armement, équipage, provisions, gréement, lest, etc).
- ❑ La densité du liquide dans lequel est plongé le navire.

Connaissant le poids total du navire et de son chargement, et la densité du liquide, on en déduit le volume d'eau déplacé (volume de carène) avec lequel on entre dans les [tables hydrostatiques](#) pour en déduire les éléments nécessaires au calcul voulu.

A partir d'une position droite définie par une flottaison  $f_0 l_0$ , un navire livré à lui-même sur un plan d'eau calme va prendre une position d'équilibre telle que son centre de gravité  $G$  et son centre de carène  $C_1$  vont se trouver sur la même perpendiculaire (voir Figure 18). Cela va définir un plan de flottaison  $f_1 l_1$  qui coupe la flottaison initiale en  $\gamma$ , centre de gravité de la flottaison. Dans notre exemple, le navire s'enfonce de l'arrière et se lève de l'avant, définissant ainsi une assiette positive.

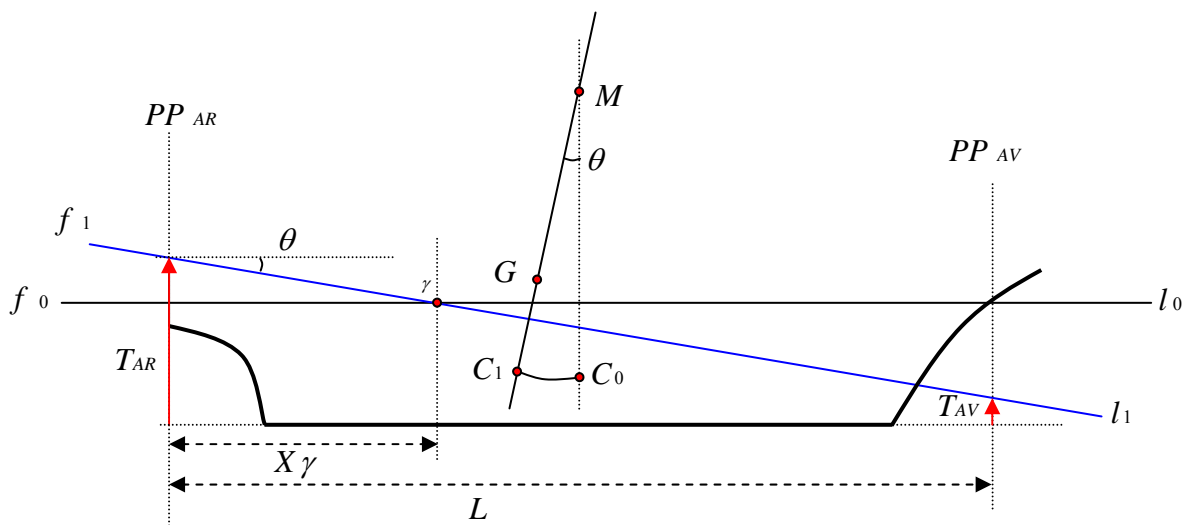


Figure 18

Sur la Figure 18 on a :

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\Delta T}{L}$$
 où  $\Delta T$  est la différence entre le tirant d'eau arrière et le tirant d'eau avant (assiette du navire). On a aussi :

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{X_{C_0} - X_g}{Z_M - Z_g}$$
 où :

- ❑  $X_{C_0}$  est la position longitudinale par rapport à la perpendiculaire arrière du centre de carène à la flottaison de référence (assiette nulle du navire). Cette valeur est connue grâce aux [tables hydrostatiques](#).
- ❑  $X_g$  est la position longitudinale par rapport à la perpendiculaire arrière du centre de gravité du navire. Cette valeur est calculée à partir du navire lège et de son chargement.
- ❑  $Z_M$  est la position du métacentre longitudinal au-dessus de la quille. Cette valeur est connue grâce aux [tables hydrostatiques](#).
- ❑  $Z_g$  est la position du centre de gravité au-dessus de la quille. Cette valeur est calculée à partir du navire lège et de son chargement.

On en déduit :

$$\Delta T = L * \frac{X_{C_0} - X_g}{Z_M - Z_g}$$
 où  $L$  est la longueur du navire entre les perpendiculaires avant et arrière.

Le tirant d'eau arrière sera de :

$$T_{AR} = T\gamma + \frac{\Delta T}{L} * X\gamma \text{ où}$$

- $T\gamma$  = tirant d'eau à la verticale du centre de gravité de la surface de flottaison. Cette valeur est connue par les [tables hydrostatiques](#).
- $X\gamma$  = position longitudinale par rapport à la perpendiculaire arrière du centre de gravité de la flottaison. Cette valeur est connue grâce aux [tables hydrostatiques](#).

Le tirant d'eau avant est donc :

$$T_{AV} = T_{AR} - \Delta T$$

## Calcul du déplacement du navire connaissant ses tirants d'eau

C'est le problème inverse. On lit les tirants d'eau et on en déduit le déplacement du navire.

### Corrections sur les lectures des tirants d'eau

Les échelles des tirants d'eau ne sont pas obligatoirement situées sur les perpendiculaires avant et arrière du navire. Il faut donc tenir compte de cette différence qui est néanmoins parfaitement négligeable si l'assiette du navire est faible, ce qui était généralement le cas des anciens navires. Dans la Figure 19, les valeurs des tirants d'eau qu'il faut prendre en considération sont celle des perpendiculaires avant et arrière. A partir des tirants d'eau lus sur les échelles, il faut donc appliquer la correction suivante :

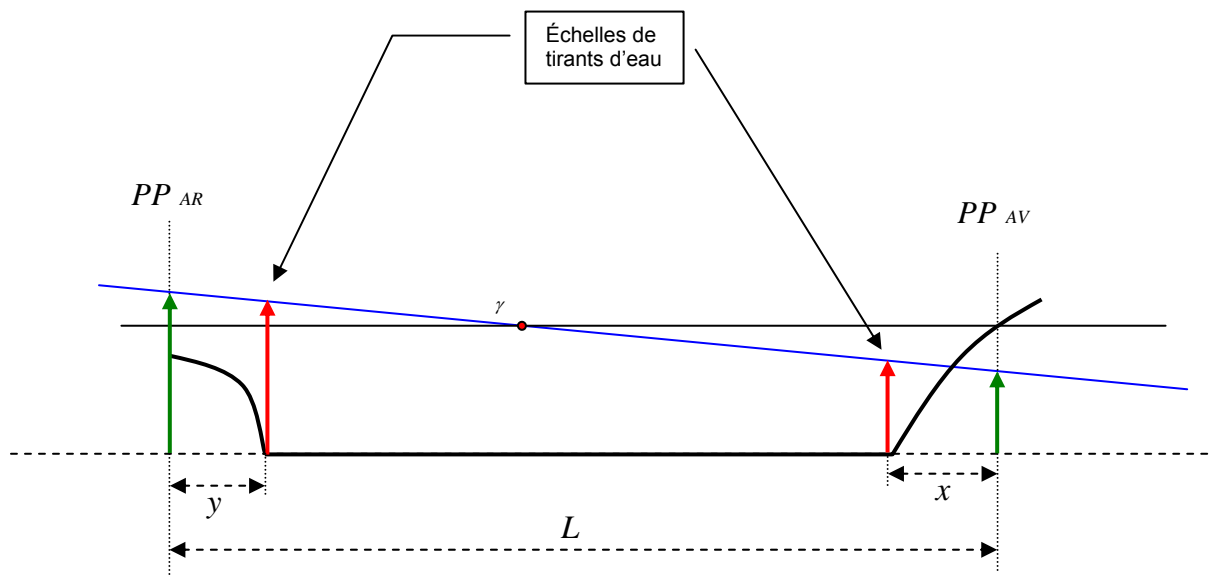


Figure 19

$$TE_{AV} = TE_{lu} - x \frac{\Delta T}{L} \text{ et :}$$

$$TE_{AR} = TE_{lu} + y \frac{\Delta T}{L} \text{ où } \Delta T = \text{différence entre les tirants d'eau lus arrière et avant (assiette du navire).}$$

## Correction pour la déformation de la quille

Soit  $T_m = \frac{TE_{AV} + TE_{AR}}{2}$  (tirant d'eau **moyen**) et  $T_M =$  tirant d'eau **milieu** lu sur la perpendiculaire

milieu du navire (à mi-distance entre les perpendiculaires avant et arrière).

Sur la Figure 20, le navire a une déformation de quille (contre arc exagérée pour une meilleure compréhension) vers le bas. Le tirant d'eau lu sur cette échelle est plus important que celui théorique avec une quille non déformée. On dit que le navire a de l'arc si  $T_m > T_M$  et du contre arc si  $T_M > T_m$ . La correction à appliquer au tirant d'eau moyen calculé  $T_{mc}$  est égale à  $2/3$  de l'arc ou du contre arc.

Dans notre exemple on aura :

$$T_{mc} = t_m + \frac{2}{3} \text{Contre Arc} \text{ où Contre Arc} = T_M - t_m.$$

Avec de l'arc, on aurait eu :

$$T_{mc} = t_m - \frac{2}{3} \text{Arc}$$

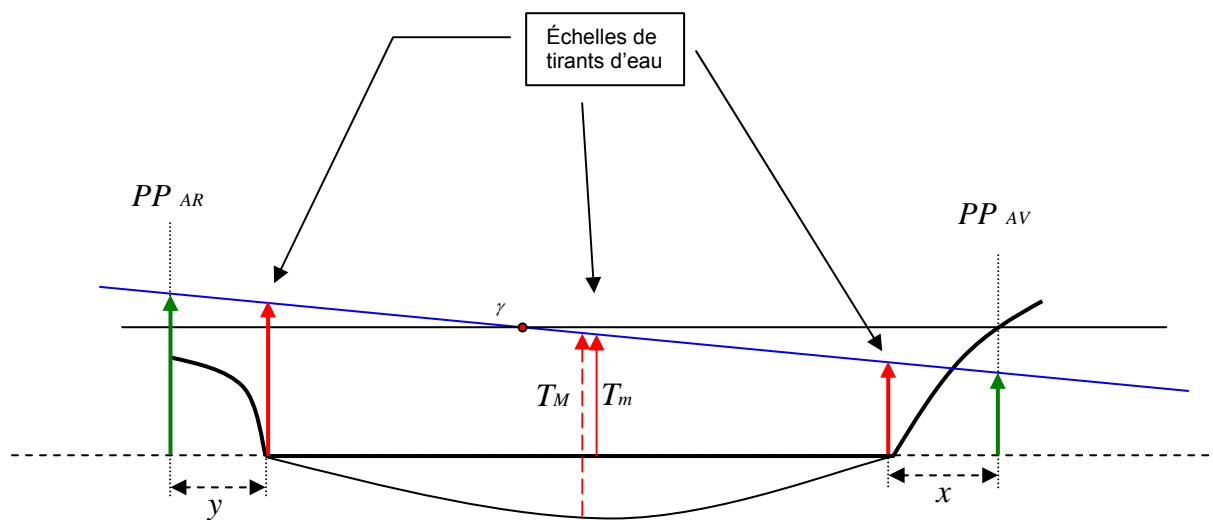
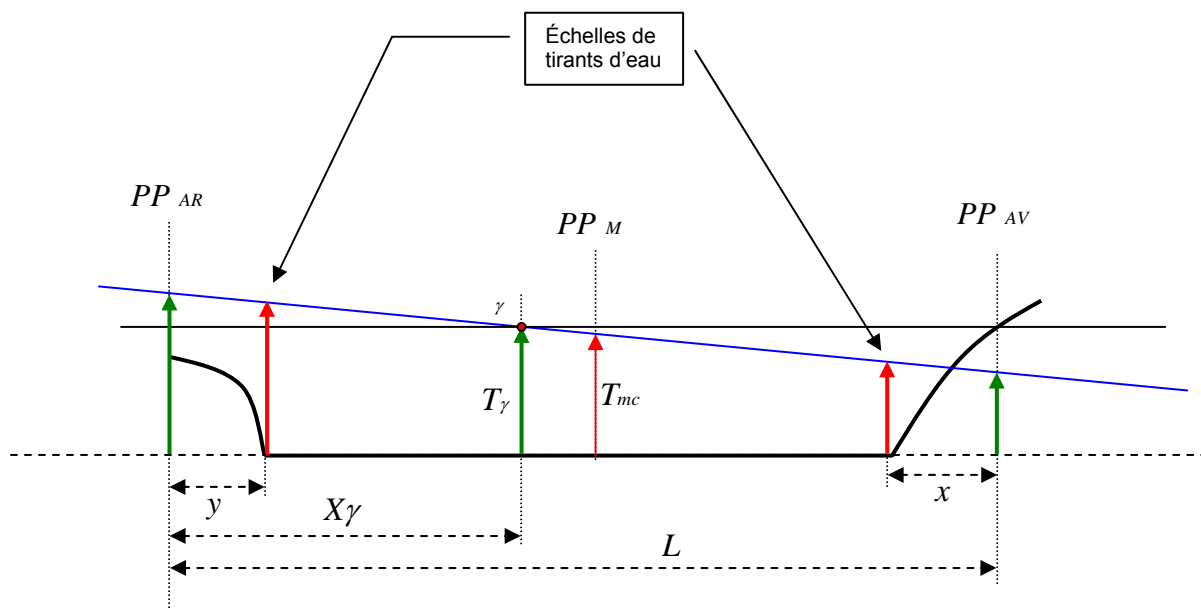


Figure 20

## Correction pour l'assiette

Pour utiliser les éléments de la [table hydrostatique](#), il faut disposer du tirant d'eau à la verticale du centre de gravité de la surface de flottaison ( $\gamma$ ) qui ne correspond généralement pas à la perpendiculaire milieu du navire. Il faut donc appliquer une nouvelle correction au  $T_{mc}$  calculé précédemment pour obtenir  $T_\gamma$ , tirant d'eau à la perpendiculaire passant par le centre de gravité de la flottaison qui nous permettra d'entrer dans les [tables hydrostatiques](#).





**Figure 21**

Dans la Figure 21, on a :

$$T_\gamma = T_{mc} + \left( \frac{L}{2} - X_\gamma \right) * \frac{\Delta T}{L} \text{ ou } \Delta T = \text{assiette du navire.}$$

Avec la valeur de  $T_\gamma$ , on entre dans la [table hydrostatique](#) et on en déduit le déplacement et le volume de carène du navire et tous les autres éléments nécessaires aux calculs de stabilité.

# TABLES HYDROSTATIQUES ET DETERMINATION DU NAVIRE LEGE

## (Méthode et procédure de calculs des éléments nécessaires à la connaissance de la stabilité et de l'assiette des navires)

Nous avons vu jusqu'à maintenant que pour connaître la stabilité d'un navire, il faut disposer de deux éléments essentiels :

- Des informations relatives à la carène du navire, éléments disponibles dans les « tables hydrostatiques » qu'il s'agit d'établir de manière pratique et facile.
- La position du centre de gravité du navire et de son chargement.

C'est maintenant ce que nous allons étudier.

### Tables hydrostatiques

Plusieurs fois dans ce qui a été dit ci-dessus, on a indiqué que des données indispensables au calcul de stabilité du navire se trouvent dans les « tables hydrostatiques du navire » dont on a déjà donné un aperçu (voir § « *Aperçu sur les tables hydrostatiques* », page 13). Pour les navires modernes, ces tables sont établies par les chantiers de constructions par des moyens informatisés. Il est néanmoins très possible de les calculer à la main ou avec une simple calculette avec une précision très acceptable et ceci pour un navire de forme quelconque. Pour cela, il suffit de disposer de deux des 3 séries de plans des formes du navire suivants :

- **Le tracé des lignes d'eau (ou sections horizontales)** : Plan représentant l'intersection de la carène avec des plans équidistants parallèles à la flottaison en charge. Généralement, on choisit comme origine la ligne d'eau « zéro » qui passe par le dessous de la carène en considérant une flottaison droite (assiette nulle du navire).

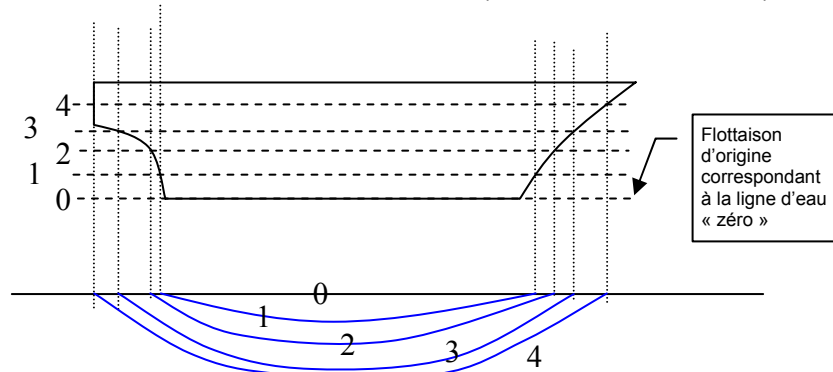


Figure 22

- **Les couples de tracé (ou sections transversales)** : Plan représentant l'intersection de la carène avec des plans équidistants et parallèles perpendiculaire au plan de figure. Généralement, pour garder une clarté au plan, on ne trace que les demi-couples, ceux de l'avant à droite et ceux de l'arrière à gauche. Pour tracer un couple entier, il suffit de tracer le symétrique du demi couple déjà tracé.

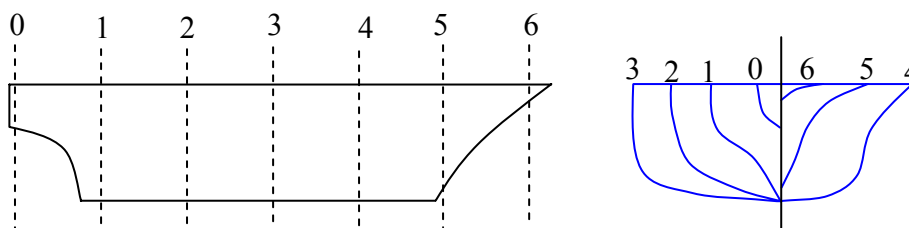
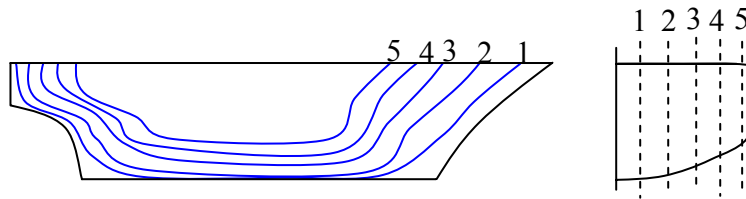


Figure 23

- **Les sections longitudinales** : Plan représentant l'intersection de la carène avec des plans équidistants et parallèles au plan longitudinal de coupe.



**Figure 24**

Avec seulement deux de ces tracés, on peut définir le navire et déterminer tous les éléments de la table hydrostatique qui nous intéressent pour le calcul de la stabilité et qui sont :

- Les volumes de carènes limitées par les différentes lignes d'eau
- Les coordonnées des centres de carènes pour chaque ligne d'eau
- Les coordonnées du centre de gravité  $\gamma$  des surfaces de flottaison délimitées par chaque ligne d'eau
- Le rayon métacentrique transversal  $r$  pour chaque ligne d'eau
- le rayon métacentrique longitudinal  $R$  pour chaque ligne d'eau

Enfin, pour pouvoir tracer la courbe de stabilité et calculer la réserve de stabilité du navire, il nous faut aussi :

- Les bras de levier et les éléments nécessaires au tracé des courbes pantocarènes. Pour cela, il faudra calculer les volumes des carènes inclinées transversalement.

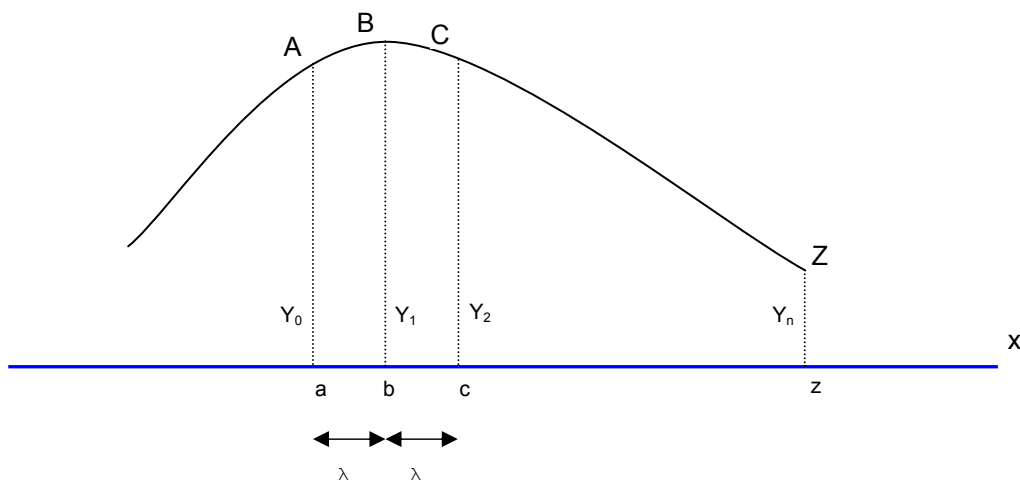
Dans tout ce qui suit, on suppose que l'on dispose des plans des lignes d'eau et des couples de tracé à partir desquels on peut définir tout le navire.

Le gros du travail est basé sur le calcul des surfaces des flottaisons et des surfaces des couples. Avec ces éléments, on peut faire un double calcul des volumes de carènes pour les différentes lignes d'eau. Ce double calcul permet un recouplement et une vérification des résultats.

Surfaces et volumes sont calculées ici en employant la méthode des trapèzes, un peu moins précise que la méthode de Simpson ou des paraboles utilisées généralement dans les calculateurs des chantiers. La méthode des trapèzes donne de bons résultats et a le mérite de pouvoir s'exécuter facilement à la main, avec une calculette ou avec l'aide d'une feuille de calcul « Excel » facile à construire.

### **Calcul d'une aire par la méthode des trapèzes**

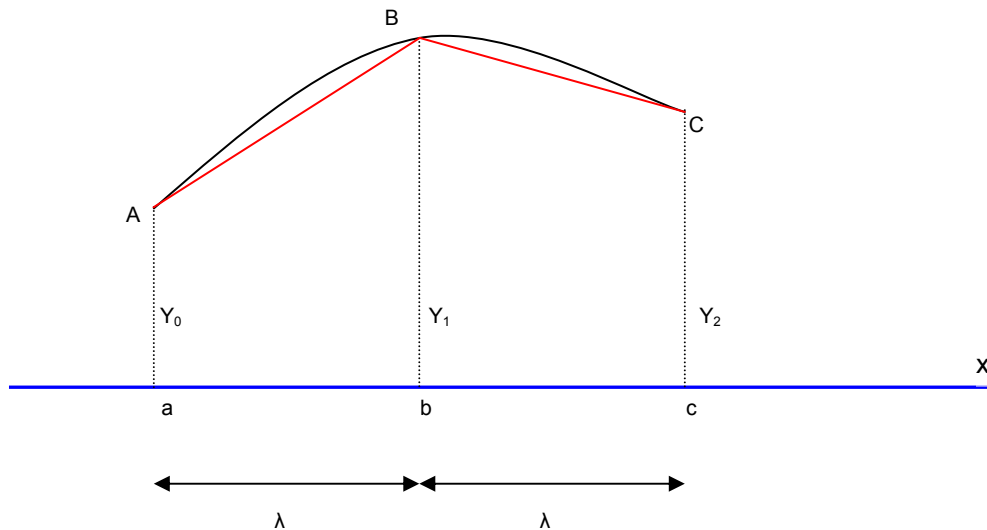
Soit à calculer l'aire  $aAZz$  entre la courbe plane, ses deux ordonnées extrêmes  $y_0$  et  $y_n$  et l'axe  $x$  (Figure 25).



**Figure 25**

1. Divisons la base (segment  $ac$  sur l'axe  $x$ ) en nombre pair ou impaire d'intervalles égaux de longueur  $\lambda$ . Par chaque point de division, élevons les ordonnées  $y_0, y_1, y_2, \dots, y_n$  aboutissant sur la courbe aux points  $A, B, C, \dots, Z$ .
2. Remplaçons la courbe  $A, B, C, \dots, Z$  par des segments de droite (Figure 26 où l'on a agrandi une portion de la courbe). L'aire limitée par le contour sera une valeur approchée de l'aire recherchée. Pour ce qui concerne la partie de la courbe  $AC$  (Figure 26), l'aire  $aBb$  est égale

$$\text{à : } \lambda \left( \frac{y_0}{2} + \frac{y_1}{2} \right).$$



**Figure 26**

3. Pour l'aire totale, on obtient la valeur :

$$S = \lambda \left( \frac{y_0}{2} + y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1} + \frac{y_n}{2} \right).$$

Si la courbe aboutit à l'axe des abscisses entre 2 points de division, on étudiera séparément l'aire entre ces 2 points de division ou l'on multipliera arbitrairement le nombre des ordonnées successives (diminution de la valeur  $\lambda$  sur cette section) de façon à ce que la courbe se termine sur un axe de division.

## Déroulement des calculs

### Préliminaires

Il est important pour la simplification des calculs de prendre une échelle graphique facile à utiliser (1Cm = 1m par exemple) et de diviser les surfaces à mesurer avec des intervalles identiques sur toutes les surfaces à analyser. En effet, bien qu'il soit possible de diviser une surface en plusieurs portions pour analyser séparément chaque portion, cela risque de provoquer des erreurs de saisie.

Il est préférable de faire les calculs de surface de flottaison en prenant comme axe d'origine la perpendiculaire arrière (couple 0). Si des couples sur l'arrière de la perpendiculaire arrière sont à prendre en considération, il faut alors déplacer l'axe d'origine sur ce couple extrême.

Les exemples ci-dessous se rapportent à un navire de commerce moderne, mais la méthode s'applique exactement de la même façon quelle que soit la forme du navire étudié.

### Calcul de l'aire des différentes surfaces de flottaison.

Ce calcul se fait à partir du plan des sections horizontales ou lignes d'eau en utilisant la méthode des trapèzes. On calcule la surface de chaque ligne d'eau (voir la Planche 1, page 29 qui représente la partie arrière de quelques lignes d'eau). Pour chaque ligne d'eau (L.E.<sub>2</sub> à L.E.<sub>16</sub> par exemple sur cette planche où L.E.<sub>2</sub> correspond à un tirant d'eau de 2 m, L.E.<sub>4</sub> un tirant d'eau de 4 m, etc.), il faut mesurer la distance « y » à des intervalles  $\lambda$  à partir de l'axe de symétrie longitudinal. Il faut faire attention à l'échelle utilisée et ramener toutes les distances en mètres. Si une ligne d'eau est complexe, on peut la subdiviser en plusieurs portions. Dans cette partie complexe, on utilise un intervalle  $\lambda$  plus faible. Pour chaque ligne d'eau, on a donc alors des portions de surface à calculer séparément. On additionne ensuite ces différentes portions pour obtenir la surface totale de la surface de flottaison correspondante à la ligne d'eau étudiée. La valeur yn de la fin d'une portion se reporte comme valeur yo de la portion suivante. On procède de même pour les autres lignes d'eau pour obtenir les surfaces S<sub>0</sub>, S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>... S<sub>n</sub> correspondantes aux lignes d'eau L.E.<sub>0</sub>, L.E.<sub>1</sub>, L.E.<sub>2</sub>... L.E.<sub>n</sub>.

Il ne faut pas oublier que la surface calculée ainsi par la méthode des trapèzes ne représente que la demie surface de chaque ligne d'eau puisque les mesures de « y » sont prises depuis l'axe longitudinale qui coupe la surface de flottaison en deux.

### Calcul du volume de carène

Le principe est exactement le même que précédemment, mais aux valeurs de distance y<sub>0</sub>, y<sub>1</sub>, y<sub>2</sub>,... y<sub>n</sub>, utilisées pour le calcul d'une surface, on substitue les surfaces S<sub>0</sub>, S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub>,... S<sub>n</sub> qui ont été calculées précédemment. On obtient bien un volume.

Dans l'exemple ci-contre, le demi volume de carène est égal à :

$$\frac{1}{2} V = h \left( \frac{S_0}{2} + S_1 + S_2 + \dots + \frac{S_n}{2} \right). \text{ S étant ici la surface d'une demi ligne d'eau calculée}$$

précédemment.

Si on dispose du plan des lignes d'eau espacées de mètre en mètre de tirant d'eau, on a donc ici h=1.

Si on veut se limiter au calcul du volume de carène pour un tirant d'eau de 5 mètres, il suffit de tenir compte des 5 premières lignes d'eau. De la même manière, si on a calculé certaines surfaces de ligne d'eau de 0,5m en 0,5m, il faudra faire 2 calculs. Un premier calcul de volume pour la partie des lignes d'eau où h=0,5m et un autre calcul pour les lignes d'eau où h=1m.

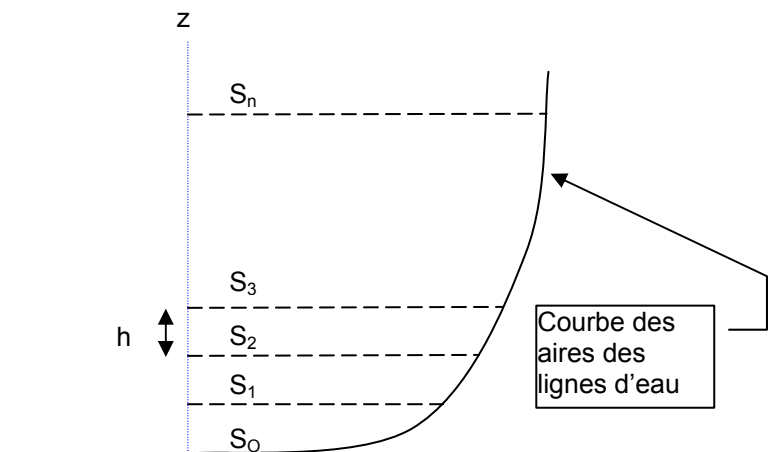


Figure 27

## Calcul de Zc

La position verticale du centre de carène sur la quille pour une ligne d'eau voulue est égale à :

$$Z_c = \frac{M}{V} \text{ où :}$$

$$M = h^2 \left( S_1 + 2S_2 + 3S_3 + 4S_4 + \dots + \frac{n}{2} S_n \right) \text{ et } V = \text{Volume total de carène calculé ci-dessus à la}$$

ligne d'eau considérée et  $S_1, S_2, \dots, S_n$  = surfaces totales des lignes d'eau. Si on a fait le calcul avec 10 lignes d'eau (So..... S9), on a  $n=9$ .

## Calcul du rayon métacentrique r

Le rayon métacentrique initial transversal pour une ligne d'eau voulue est égale à

$$r = \frac{I_x}{V} \text{ où :}$$

$$I_x = \frac{2\lambda}{3} \left( \frac{y_0^3}{3} + y_1^3 + y_2^3 + \dots + \frac{y_n^3}{2} \right) \text{ et } V$$

= Volume total de carène à la ligne d'eau voulue. Si les lignes d'eau ont été calculées avec des valeurs de  $\lambda$  différentes, alors il faut calculer  $I_x$  pour chaque partie considérée et ensuite additionner l'ensemble des  $I_x$  de la ligne d'eau.

$I_x$  représente le moment d'inertie de la ligne d'eau (surface de flottaison) par rapport à l'axe longitudinal Ox.

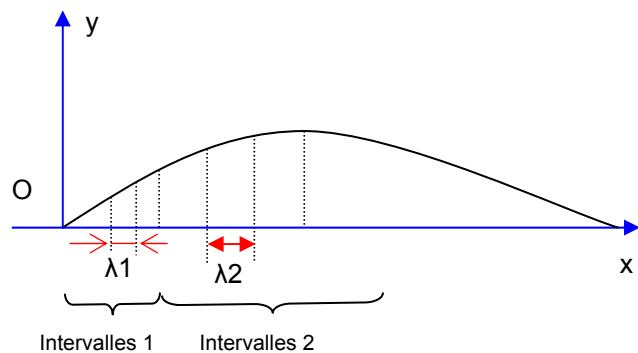


Figure 28

Dans la Figure 28, il faudra calculer  $I_{x1}$  pour la partie de la ligne d'eau sur laquelle on a calculé la surface S avec des intervalles  $\lambda_1$  et idem pour  $I_{x2}$ , etc. On additionne ensuite les  $I_x$ .

## Calcul du centre de gravité de la flottaison (Xy)

Pour calculer la position du centre de gravité d'une flottaison donnée par rapport à la perpendiculaire arrière, on utilise la formule suivante :

$$X_\gamma = \frac{M}{S} \text{ où :}$$

$$M = \lambda^2 \left( y_1 + 2y_2 + 3y_3 + \dots + \frac{n}{2} y_n \right) \text{ et } S = \text{la demi surface de la surface de flottaison étudiée.}$$

**ATTENTION** : Si on a calculé la demi surface de la flottaison S en utilisant des intervalles  $\lambda$  égaux et équidistants sur toute la longueur de la ligne d'eau, il n'y a pas de problème car l'origine de l'axe est sur la perpendiculaire arrière, mais si on a partagé la surface de flottaison en plusieurs petites surface, il faut faire très attention car les résultats obtenus donnent la distance des centres de gravité de chaque portion de surface par rapport à l'abscisse d'origine de chaque petite surface et non pas par rapport à la perpendiculaire arrière. Il faut donc calculer l'abscisse d'origine par rapport à la perpendiculaire arrière de chaque petite surface et penser à ajouter ces valeurs pour obtenir la position correcte du centre de gravité.

## Calcul de la surface des différents couples.

De la même manière qu'on a calculé la surface des flottaisons à partir de lignes d'eau, il faut aussi calculer la surface immergée des différents couples pour chaque ligne d'eau.

Sur la Planche 2, page 30, pour chaque couple (Sur cette planche on a représenté les couples avants N° 14 à 20), il faut mesurer la distance « y » à des intervalles  $\lambda$ . Il faut faire attention à l'échelle utilisée et ramener toutes les distances en mètres. Si un couple a une forme complexe, on peut le subdiviser en plusieurs portions. Dans la partie complexe, on utilise un  $\lambda$  plus faible.

Pour chaque couple, on a donc des portions de surface à calculer séparément. On additionne ensuite ces différentes portions pour obtenir la surface totale du couple. On procède de la même manière pour avoir les surfaces  $S_0, S_1, S_2, \dots, S_n$  correspondantes aux surfaces immergées des couples 0, 1, 2...n. Sur la Planche 2, page 30, on a représenté les valeurs  $y_0$  à  $y_6$  pour calculer la surface immergée du couple 18 à un tirant d'eau de 6 mètres (ligne d'eau L.E.<sub>6</sub>). Pour les lignes d'eau 0 (Tirant d'eau = 0) à 2 (Tirant d'eau = 2m), on a pris  $\lambda=1m$  et ensuite on a pris  $\lambda=2m$ . Il faut donc faire 2 calculs séparés.

Ici aussi, le résultat obtenu est la demi surface des couples car les valeurs de « y » sont prises par rapport à l'axe vertical qui divise en deux chaque couple. Une fois calculé la surface de tous les couples pour une ligne d'eau donnée, on peut ensuite vérifier le calcul du volume de carène du navire pour cette ligne d'eau.

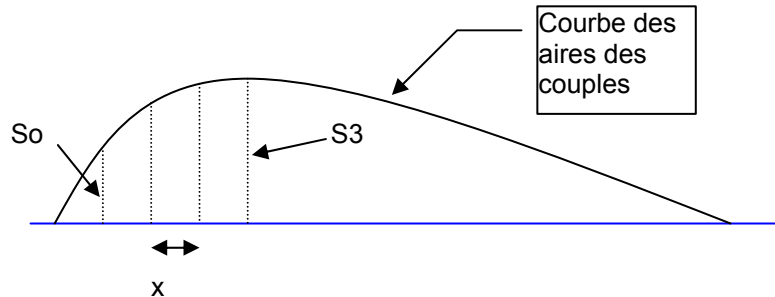


Figure 29

Sur la Figure 29,  $S_0, \dots$  représentent les surfaces des différents couples et  $x$  l'intervalle de distance séparant chaque couple. Si on utilise des valeurs différentes de  $x$  (on a calculé des couples rapprochés aux extrémités du navire et plus espacé au milieu), il faut alors séparer les calculs et additionner les résultats obtenus.

On obtient le demi volume de carène :

$\frac{1}{2}V = x \left( \frac{S_0}{2} + S_1 + S_2 + \dots + \frac{S_n}{2} \right)$  qui est à comparer avec le même volume calculé plus haut avec les lignes d'eau.

### Calcul de Xc

Ayant calculé les différents aires des couples comme indiqué ci-dessus, on calcul  $X_c$  (pour une ligne d'eau considérée) avec  $X_c = \frac{M}{S}$  où :

$$M = x^2 \left( S_1 + 2S_2 + 3S_3 + \dots + \frac{n}{2} S_n \right).$$

$x$  est la distance entre les couples sur l'axe longitudinal et  $S_1, \dots, S_n$  sont les surfaces **entières** des couples pour la ligne d'eau considérée. Si on a pris la surface de 21 couples ( $S_0$  à  $S_{20}$ ), alors  $n=20$ .  $V$  est le volume total de carène pour la ligne d'eau considérée.

### Calcul du métacentre longitudinal R

A partir de la ligne d'eau considérée, on calcul le métacentre longitudinal avec les formules suivantes :

$$R = \frac{I_y}{V} \text{ où } V = \text{Volume total de la carène pour la ligne d'eau considérée et où :}$$

$$I_y = I_{y0} - S * X\gamma^2 \text{ où}$$

- $S$  = Surface totale de la ligne d'eau considérée.
- $X\gamma$  = Position du centre de gravité de la surface de flottaison par rapport à la perpendiculaire arrière.

$$\square I_{y0} = 2\lambda^3 \left( y_1 + 4y_2 + 9y_3 + \dots + \frac{n^2 y_n}{2} \right)$$

**ATTENTION** : Pour faire ce calcul, il faut que toutes les mesures  $y_0, y_1, \dots, y_n$  faites sur la ligne d'eau aient été faites avec des intervalles  $\lambda$  égaux et constants sur toute la longueur de la ligne d'eau. C'est à dire que si à l'étape du calcul de surface ci dessus (voir « *Calcul de l'aire des différentes surfaces de flottaison.* », page 21) on a mesuré la surface d'une ligne d'eau en divisant celle-ci en plusieurs petites surfaces et en utilisant des valeurs différentes de  $\lambda$  selon les petites zones, il faut refaire une série de mesure sur la ligne d'eau en utilisant la même valeur de  $\lambda$  du début à la fin.

## Calcul des carènes inclinées transversalement

Afin de calculer et tracer les courbes de stabilité et la réserve de stabilité, il est nécessaire de connaître le bras de levier de redressement à différentes inclinaisons, donc la position du centre de carène et du métacentre à ces mêmes inclinaisons. Cela se résume en fait à connaître les éléments nécessaires au tracé des courbes pantocarènes.

Le problème consiste donc au départ à calculer les différentes positions des centres de carènes isocarènes à différentes inclinaisons. Le calcul est à faire pour chaque ligne d'eau c'est à dire chaque enfoncement du navire. La position du centre de carène pour chaque inclinaison est déduit de façon graphique grâce aux éléments calculés et en utilisant la méthode Le Parmentier décrite ci-dessous. Il faut pour ce calcul disposer du plan des formes du navire donnant les formes de tous les couples. L'exemple ci-dessous est fait pour un calcul des bras de levier à différentes inclinaisons pour un tirant d'eau de 6m (ligne d'eau L.E.<sub>6</sub>), avec une assiette nulle et en utilisant tous les couples équidistants. Dans notre exemple, on a choisi de mesurer les carènes inclinées pour des intervalles d'angles d'inclinaison de  $\theta=10^\circ$ . Pour la ligne d'eau considérée, il faut mesurer les valeurs «  $y$  » et «  $y'$  » correspondantes aux distances mesurées sur les couples avec différentes inclinaisons. «  $y$  » est mesurée pour la partie immergée du couple et «  $y'$  » pour la partie émergée. Par convention, le sens positif est donné vers la partie immergée.

- Sur la Planche 3, page 31 (pour quelques couples avants) et la Planche 4, page 32 (pour quelques couples arrières), on commence par tracer une inclinaison de  $\theta/2 = 5^\circ$  pour la partie immergée des couples (flottaison  $f_5-l_5$ ). On mesure la valeur «  $y$  » entre le centre de gravité de la flottaison initiale ( $\gamma_0$ ) pour une inclinaison nulle (flottaison  $f_0l_0$ ) et l'intersection de cette droite avec les différents couples. On procède de manière identique pour la partie émergée en traçant la flottaison  $f_5'l_5'$ . On mesure les valeurs «  $y'$  » pour chaque couple.
- On calcule la valeur  $C_0C_1$ , distance entre le centre de carène à l'état initial (navire droit) et le centre de carène navire incliné de  $\theta/2 = 5^\circ$  avec la formule :

$$C_0C_1 = 2 * \frac{Im}{V} * \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$\text{où } Im = \frac{\lambda}{3} * \left(\sum y^3 + \sum y'^3\right) - \frac{1}{4} * \lambda * \frac{\left(\sum y^2 - \sum y'^2\right)^2}{\sum y + \sum y'}$$

$\sum y$  et  $\sum y'$  sont les sommes algébriques de toutes les valeurs  $y$  et  $y'$  mesurées sur tous les couples du navire.

$$\text{On calcule ensuite la valeur } d = \frac{1}{2} * \frac{\left(\sum y^2 - \sum y'^2\right)}{\sum y + \sum y'}$$

- Avec les valeurs  $C_0C_1$  et  $d$ , on commence un tracé graphique comme ceci :
  - Sur le plan des couples (voir Planche 3, Planche 4 et Figure 30), à partir du centre de gravité de la flottaison initiale  $\gamma_0$ , sur la flottaison  $f_0l_0$ , portons la distance  $d$  avec son signe algébrique, c'est à dire que si  $d$  est  $>0$ , il sera pris vers le côté immergé du navire (sens positif par hypothèse). On obtient le point  $A_1$ . A partir de ce point, on mène une droite  $f_{10}-l_{10}$  inclinée de  $\theta=10^\circ$  sur l'horizontale qui représente la flottaison isocarène pour une inclinaison de  $\theta=10^\circ$ . Voir la Figure 30 qui donne le principe de cette construction géométrique.
  - Sur une droite verticale du plan d'inclinaison, passant par  $\gamma_0$  et  $C_0$ , on commence à porter le point K (fond de cale du navire) et le centre de carène  $C_0$  dont la hauteur au-dessus de K est connue avec le calcul fait précédemment avec les lignes d'eau (voir § « *Calcul de Zc* », page 22). A partir du point  $C_0$ , on trace une droite élevée d'un angle de  $\theta/2 = 5^\circ$  par



rapport à la l'axe x. Sur cette droite, on mesure la distance  $C_0-C_1$ , ce qui donne le point  $C_1$  qui est le centre de carène pour l'inclinaison de  $\theta=10^\circ$ . En ce point, la poussée d'Archimède s'applique selon une direction  $C_1-m_1$  qui fait un angle de  $10^\circ$  avec l'axe vertical (voir Figure 31).

- En revenant sur le plan des couples (Planche 3 et Planche 4), on mène à partir du point  $A_1$  une droite inclinée de  $(\theta + \theta / 2)=15^\circ$  sur l'horizontale pour la partie immergée des couples ( $f_{15}|_{15}$ ). Sur cette droite et à partir du point  $A_1$ , on mesure les valeurs de « y » sur les différents couples. On procède de la même manière pour la partie émergée en traçant la flottaison  $f'_{15}|_{15}$ . On mesure sur cette flottaison les valeurs « y' » pour chaque couple (voir remarque en fin de paragraphe, page 27).
- On calcul la valeur de  $C_1C_2$  et de  $d_1$  en utilisant les mêmes formules que ci-dessus.
- Avec ces valeurs de  $C_1C_2$  et  $d_1$ , on poursuit la construction graphique comme ceci :
  - Sur le plan des couples (voir Planche 3, Planche 4 et Figure 30), à partir du point  $A_1$ , sur la droite inclinée de  $\theta=10^\circ$  sur l'horizontale on porte la distance  $d_1$  pour obtenir le point  $A_2$ . A partir de ce point, on mène une droite  $f_{20}|_{20}$  inclinée de  $20^\circ$  sur l'horizontale qui représente la flottaison isocarène pour une inclinaison de  $2\theta=20^\circ$  (voir Figure 30).
  - Sur le graphique des centres de carène (voir Figure 31), à partir du point  $C_1$ , on porte une droite inclinée de  $(\theta + \theta / 2)=15^\circ$  sur l'horizontale. Sur cette droite, on mesure la distance  $C_1-C_2$ , ce qui donne le point  $C_2$  qui est le centre de carène pour l'inclinaison de  $2\theta=20^\circ$ . En ce point, la poussée d'Archimède s'applique selon une direction  $C_2-m_2$  qui fait un angle de  $20^\circ$  avec l'axe vertical.
- En revenant sur le plan des couples (Planche 3 et Planche 4), on mène à partir du point  $A_2$  une droite inclinée de  $(2\theta + \theta / 2)=25^\circ$  sur l'horizontale pour la partie immergée des couples ( $f_{25}|_{25}$ ). Sur cette droite et à partir du point  $A_2$ , on mesure les valeurs de « y » sur les différents couples. On procède de la même manière pour la partie émergée en traçant la flottaison  $f'_{25}|_{25}$ . On mesure sur cette flottaison les valeurs « y' » pour chaque couple (voir remarque en fin de paragraphe, page 27).
- On calcul la valeur de  $C_2C_3$  et de  $d_2$  en utilisant les mêmes formules que ci-dessus.
- Avec ces valeurs de  $C_2C_3$  et  $d_2$ , on poursuit la construction graphique comme ceci :
  - Sur le plan des couples (voir Planche 3, Planche 4 et Figure 30), à partir du point  $A_2$ , sur la droite inclinée de  $2\theta=20^\circ$  sur l'horizontale on porte la distance  $d_2$  pour obtenir le point  $A_3$ . A partir de ce point, on mène une droite  $f_{30}|_{30}$  inclinée de  $30^\circ$  sur l'horizontale qui représente la flottaison isocarène pour une inclinaison de  $3\theta=30^\circ$  (voir Figure 30).
  - Sur le graphique des centres de carène (voir Figure 31), à partir du point  $C_2$ , on porte une droite inclinée de  $(2\theta + \theta / 2)=25^\circ$  sur l'horizontale. Sur cette droite, on mesure la distance  $C_2-C_3$ , ce qui donne le point  $C_3$  qui est le centre de carène pour l'inclinaison de  $3\theta=30^\circ$ . En ce point, la poussée d'Archimède s'applique selon une direction  $C_3-m_3$  qui fait un angle de  $30^\circ$  avec l'axe vertical (voir Figure 31).
- On procède ainsi de suite jusqu'à l'angle  $n\theta$  que l'on veut étudier.

Figure 30

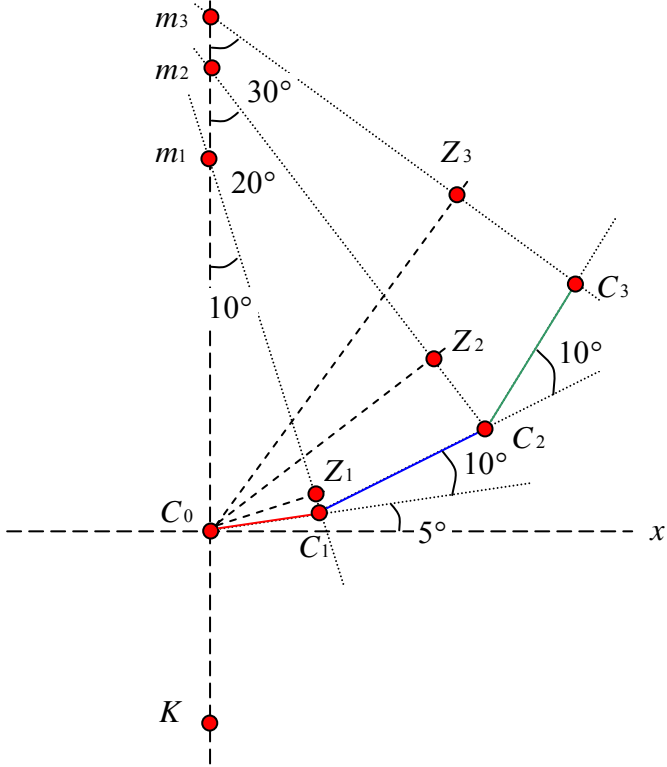
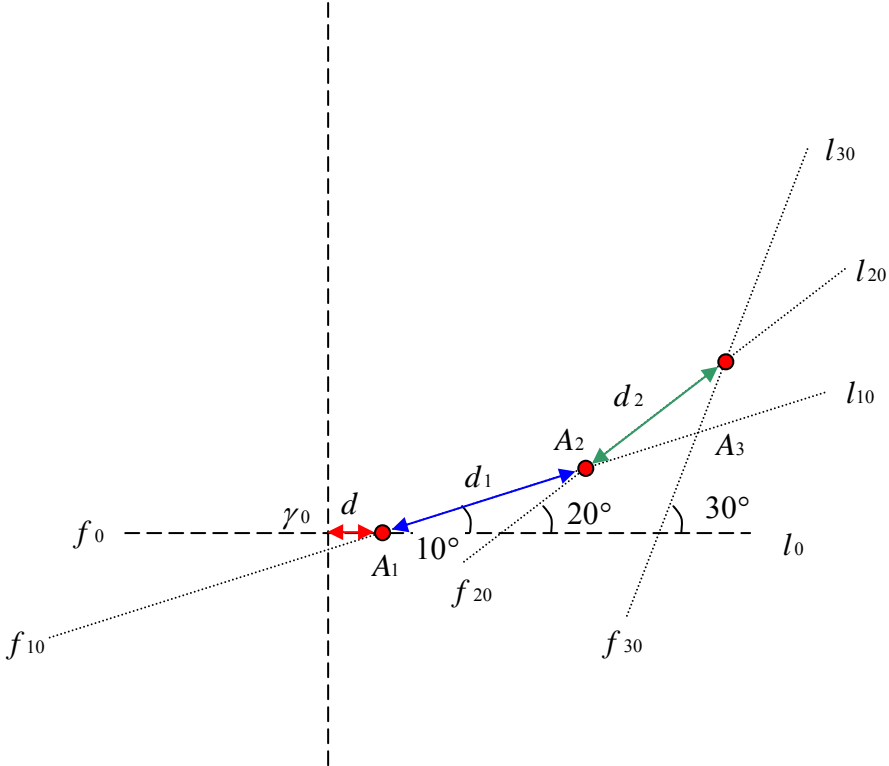


Figure 31

Tracés pour le calcul des carènes inclinées transversalement

On peut ainsi tracer la courbe C qui passe par les positions successives du centre de carène. Si la réserve de stabilité du navire est faible, la courbe de stabilité monte très rapidement et pour avoir un maximum d'information dans cette première partie, il est conseillé de prendre des valeurs d'angle d'inclinaison plus faible ( $5^\circ$ ), voir  $2,5^\circ$  si nécessaire. En faisant le même calcul pour les différentes lignes d'eau, on peut ensuite tracer les courbes pantocarènes.

**Remarques :**

- ❑ Les mesures de « y » et « y' » se font à partir des points A, A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub>, ... Il n'y a pas de problème pour mesurer les « y » (mesure directe sur la partie immergée des couples), mais pour les mesures de « y' » (partie émergée des couples), étant donné que l'on ne représente sur les plans généralement que la moitié des couples, il faut : soit reproduire en entier tous les couples, soit refaire la construction des points A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, A<sub>3</sub>, ... symétriquement par rapport à l'axe vertical milieu des couples (voir la Planche 3 et la Planche 4 où l'on a indiqué par des points rouges les points A, A1 et A2 et par des points verts leur symétrique par rapport à l'axe vertical).
  - ❑ Dans la Figure 30 et la Figure 31, les angles ont été volontairement exagérés pour améliorer la lisibilité des constructions géométriques.
  - ❑ Aux angles d'inclinaison élevés, le pont supérieur est immergé et le bouchain peut être émergé. Les mesures de « y » et « y' » doivent en tenir compte et si le pont immerge par exemple, il faut alors mesurer « y » à l'intersection de la ligne de flottaison avec la courbe qui marque la position d'immersion du pont (voir Planche 3).
- ❑ Dans tous les calculs précédents, on suppose que le navire a la même assiette que celle du plan des couples de tracé, c'est à dire généralement une assiette nulle.

**Calcul des bras de levier et des courbes pantocarènes**

Il est intéressant de connaître le bras de levier de redressement à différentes inclinaisons et ceci quel que soit le chargement.

Le bras de levier qui nous intéresse pour calculer la courbe de stabilité est la valeur de GZ. Dans la figure ci-contre, on a :  $GZ = KN - x$  où  $x = KG * \sin \theta$ .

**Figure 32**

Pour un chargement donné, on connaît la position du centre de gravité, donc KG (sujet traité un peu plus loin au § « Détermination de la position du centre de gravité du navire », page 33).

Par le calcul précédent, on a déterminé la position de C<sub>1</sub> pour l'angle d'inclinaison  $\theta$  (voir Figure 32). Graphiquement, on en déduit également la valeur de KN que l'on mesure sur cette figure pour chaque valeur de  $\theta$  (voir Figure 33).

Il est donc ensuite facile de calculer GZ pour chaque angle d'inclinaison et de tracer la courbe de stabilité. Les courbes donnant pour différents angles d'inclinaison la valeur de KN en fonction du volume de carène sont appelées les courbes pantocarènes (voir Figure 34).

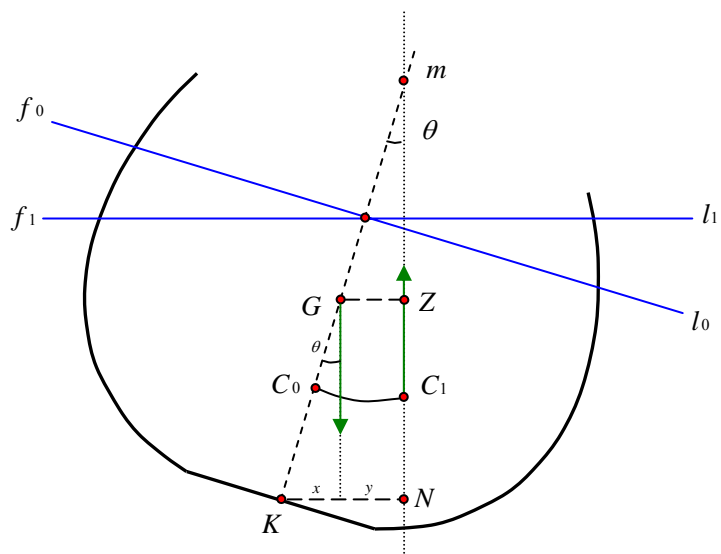


Figure 33

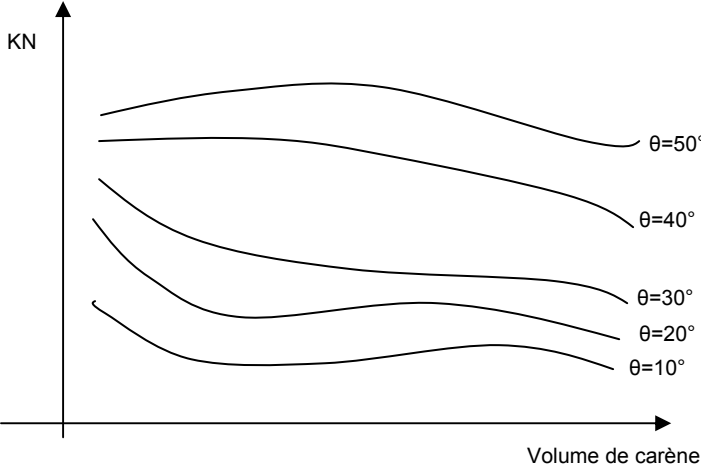
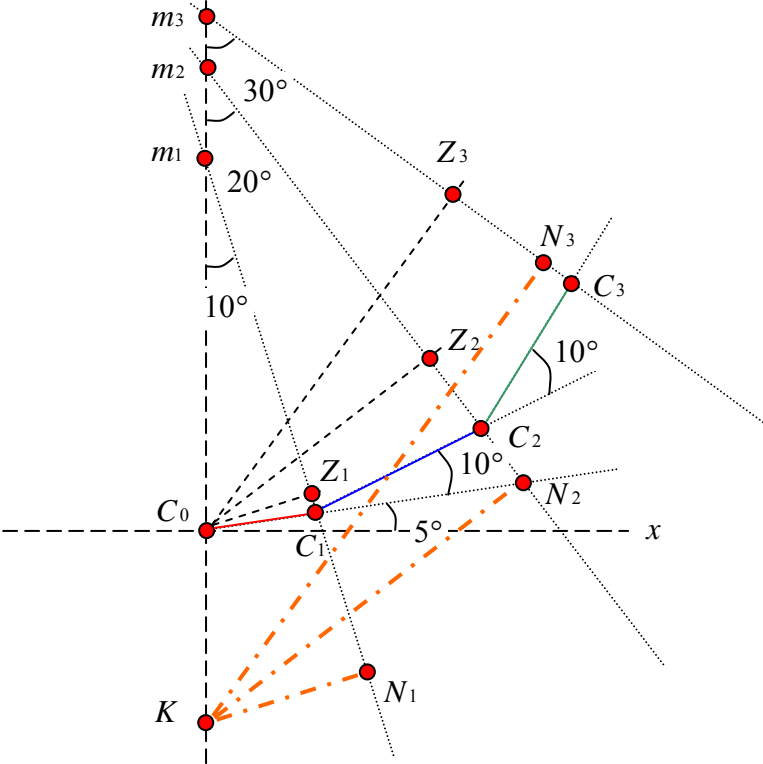
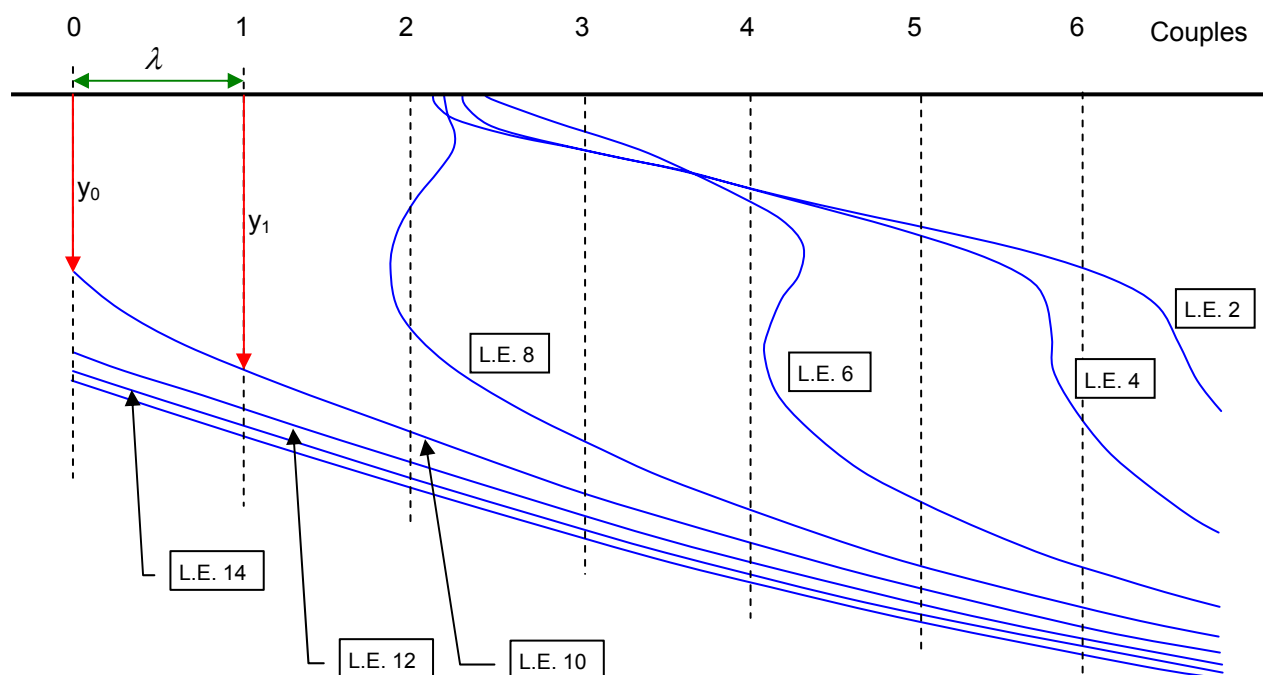


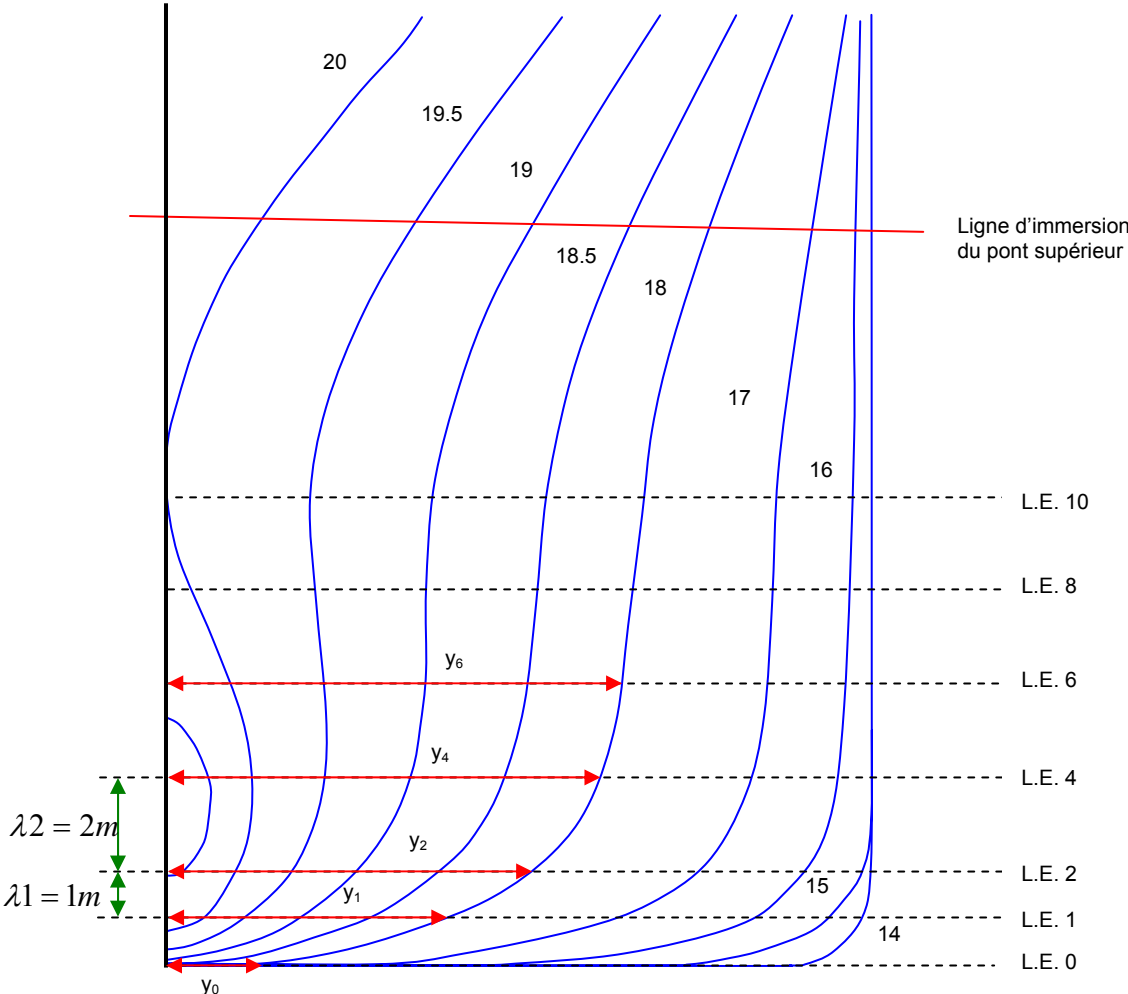
Figure 34

Planche 1



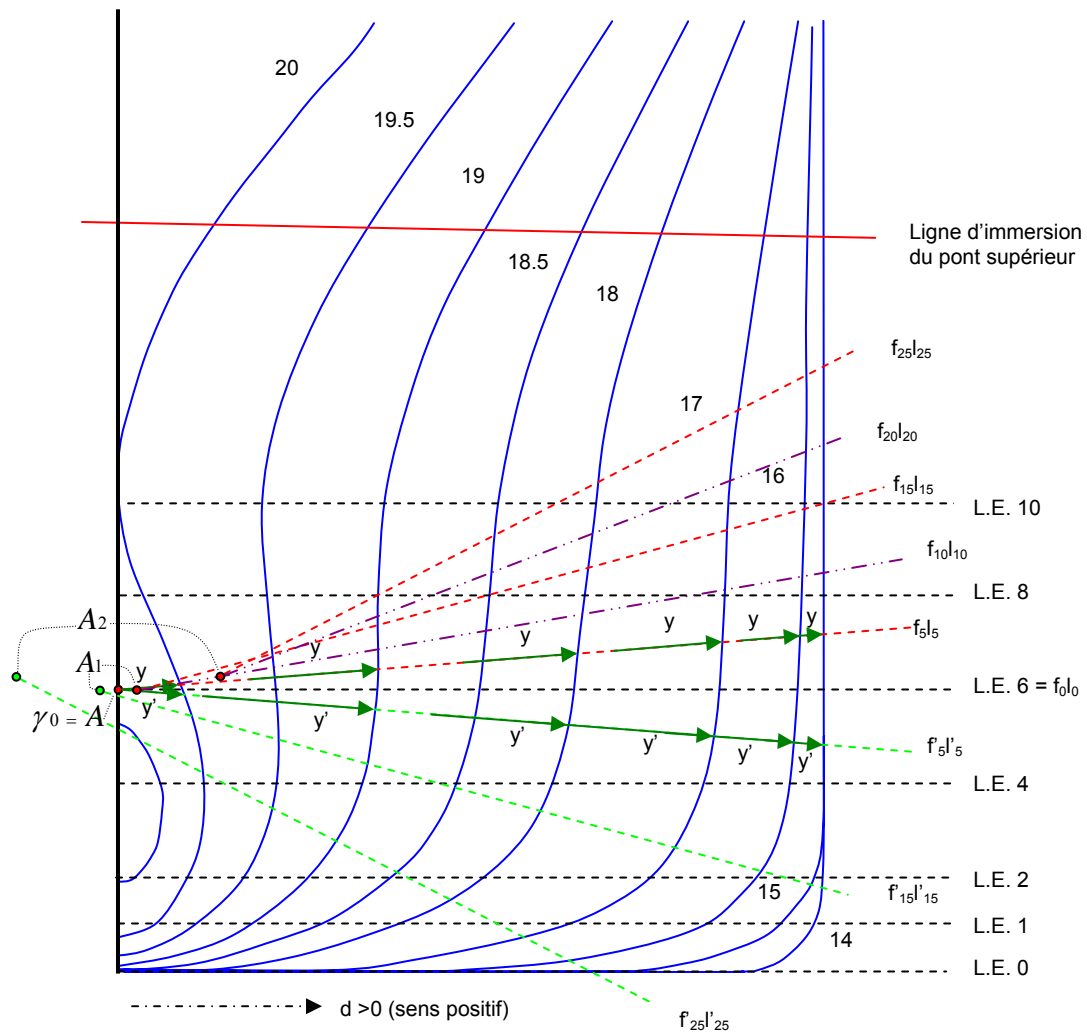
Tracé de l'extrémité arrière de quelques lignes d'eau d'un navire marchand moderne

**Planche 2**



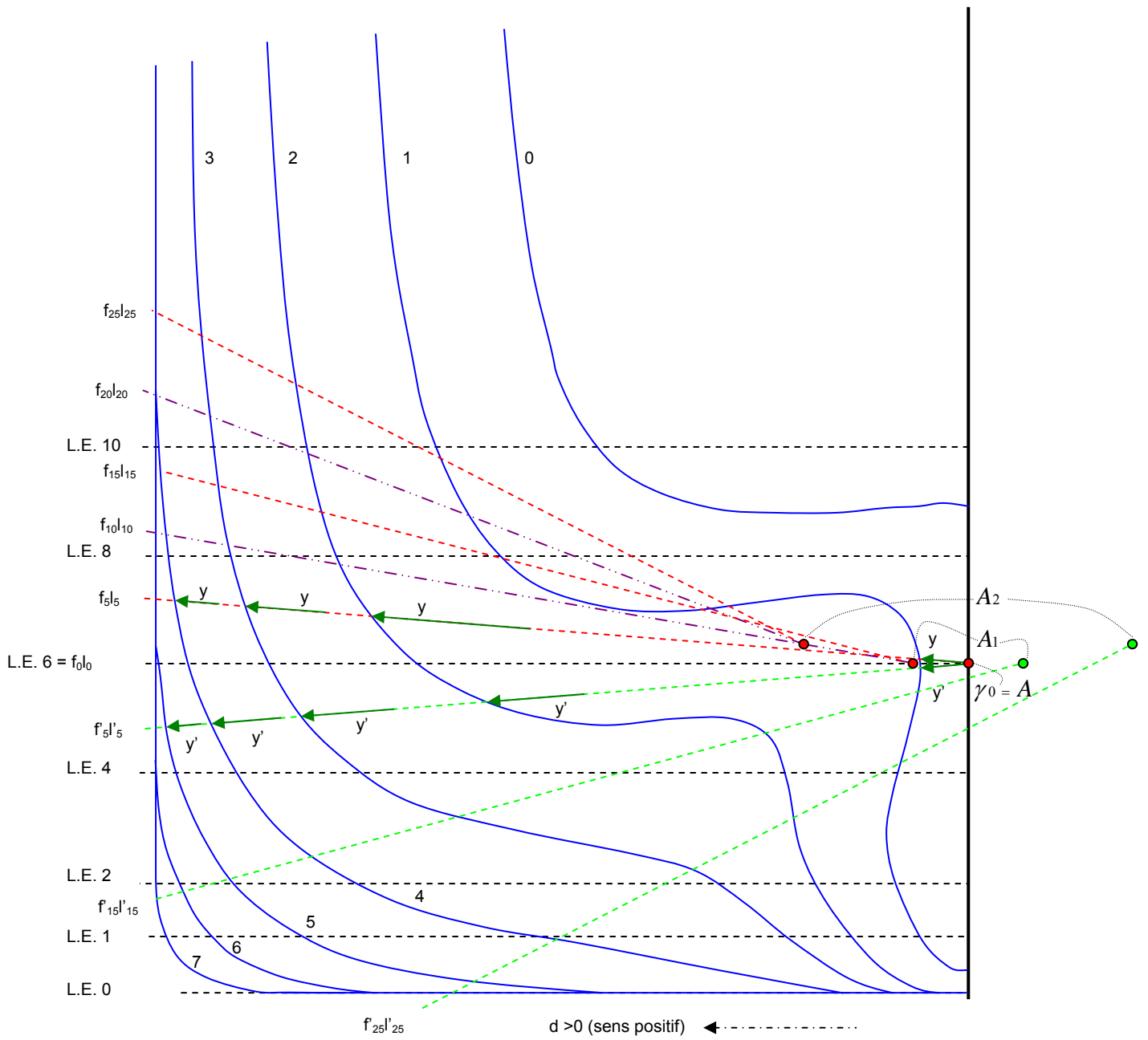
**Couples de tracé de quelques couples avants d'un navire marchand moderne**

Planche 3



Couples de tracé de quelques couples avants d'un navire marchand moderne

Planche 4



Couples de tracé de quelques couples arrières d'un navire marchand moderne



# Détermination de la position du centre de gravité du navire

## Navire lège

Il existe deux étapes complémentaires qui doivent donner des résultats très similaires si ces étapes sont faites sérieusement

## Devis de poids

Pour chaque élément constitutif du navire, aussi bien pour la construction elle-même que pour l'équipement et l'armement du navire, il faut connaître le poids de l'élément considéré et sa position exacte à bord. Chaque élément  $i$  de la Figure 35 est ainsi associé à 4 informations : Le poids  $p_i$  et la position  $x_i$ ,  $y_i$  et  $z_i$  selon les 3 axes de coordonnées  $OX / OY$  et  $OZ$ . Sur l'axe  $OY$ , il faut prendre des valeurs  $y$  positives ou négatives selon que le poids est placé à bâbord ou à tribord. La position du centre de gravité résultant du navire lège sera :

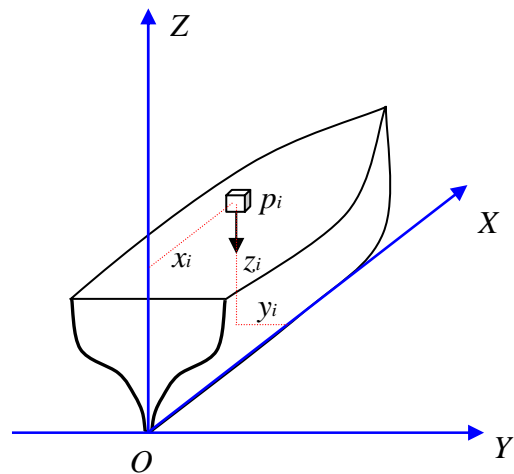


Figure 35

$$X_g = \frac{\sum p_i * x_i}{\sum p_i}$$

$$Z_g = \frac{\sum p_i * z_i}{\sum p_i}$$

$$Y_g = \frac{\sum p_i * y_i}{\sum p_i}$$

Normalement la valeur  $Y_g$  doit être proche de zéro si le navire a été construit de façon symétrique par rapport à son axe longitudinal. Sinon, il aura de la gîte dès son lancement qu'il faudra compenser par du lest solide.

## Essai de stabilité

Le navire étant construit et lancé, on peut procéder à une expérience de stabilité afin de vérifier la position réelle de son centre de gravité. L'expérience consiste simplement à déplacer transversalement à bord un poids ponctuel et ensuite à mesurer l'inclinaison et les tirants d'eau.

Si on déplace transversalement le poids «  $p$  », on en revient à ce qui a été montré au paragraphe « Déplacement transversal de poids », page 12. Le navire gîte sous l'effet d'un couple inclinant  $p * x * \cos\theta$ . Il en résulte la création d'un couple de redressement qui va s'opposer au précédent. le navire prend une position d'équilibre telle que :

$$p * x * \cos\theta = P * (Z_m - Z_g) * \sin\theta \text{ où :}$$

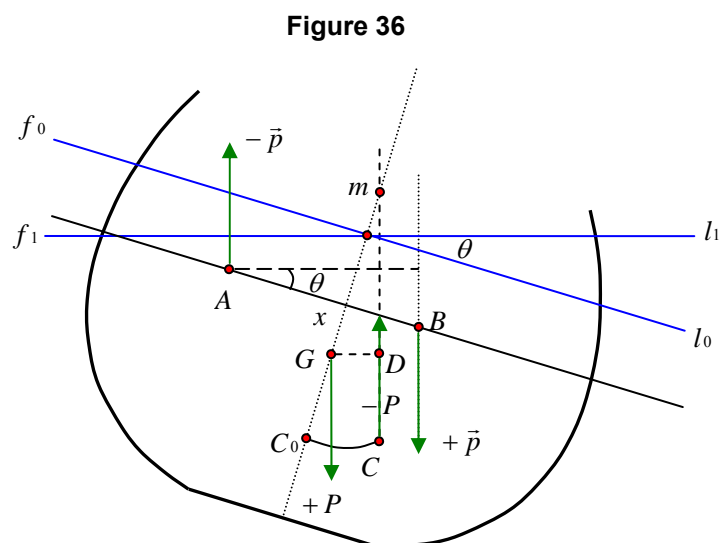


Figure 36

- p est connu (poids que l'on déplace).
- x est connu (distance de déplacement du poids p).
- P est connu par le déplacement du navire durant l'essai (par mesure des tirants d'eau et utilisation des tables hydrostatiques) et la densité de l'eau.
- Z<sub>m</sub> (hauteur du centre de carène sur la quille) est connu grâce aux tables hydrostatiques.
- θ est mesuré (angle de gîte)

On en déduit donc la valeur de Z<sub>g</sub>, position verticale du centre de gravité au-dessus de la quille et qui doit correspondre à peu de chose près à la valeur de Z<sub>g</sub> calculée depuis le devis de poids.

Pour le calcul de la position longitudinale du centre de gravité, il suffit de faire une mesure précise des tirants d'eau, le navire étant en eau calme. Dans sa position d'équilibre, on trouve sur une même verticale le centre de gravité « G », le centre de carène « C<sub>1</sub> » et le métacentre longitudinal « M ».

Dans la Figure 37, on voit que :

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\Delta T}{L} \text{ et :}$$

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{X_{C_0} - X_g}{Z_M - Z_g} \text{ où } X_{C_0} \text{ est la position longitudinale du centre de carène à la flottaison de}$$

référence (assiette nulle du navire) et Z<sub>M</sub> la position du métacentre longitudinal au-dessus de la quille.

On en déduit :

$$X_g = X_{C_0} - (Z_M - Z_g) * \frac{\Delta T}{L} \text{ où :}$$

- ΔT = différence des tirants d'eau arrière et avant.
- L = distance entre les perpendiculaires avant et arrière.
- X<sub>C<sub>0</sub></sub> connu par les tables hydrostatiques.
- Z<sub>g</sub> déduit de l'expérience précédente.

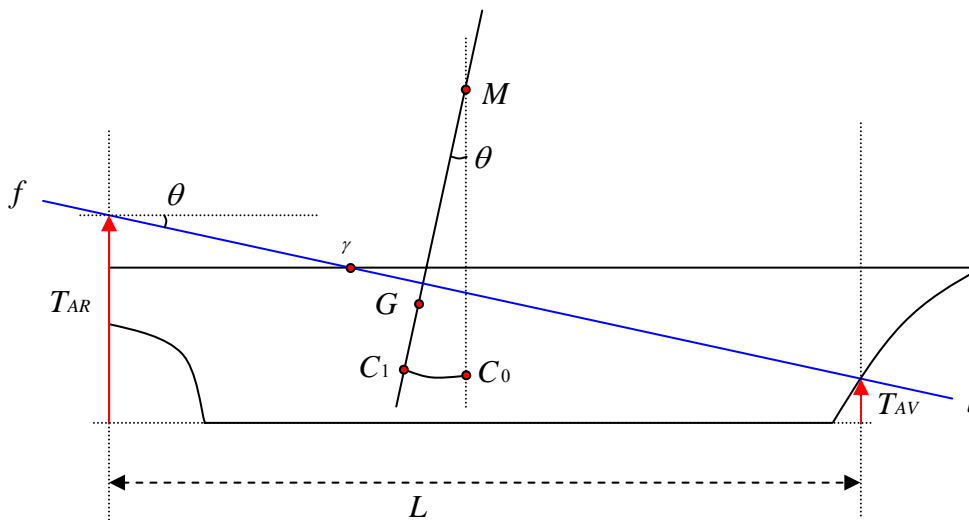


Figure 37

## Navire en charge

Connaissant la position du centre de gravité du navire léger, il suffit de tenir compte maintenant de tous les poids supplémentaires variables qui constituent le chargement et l'équipement du navire (vivres, canons, équipage, lest, gréement de rechange, etc.). Par définition, ces poids sont susceptibles d'être déplacés au cours de la vie du navire ou même au cours d'un voyage. Il faudra donc tenir compte de ces modifications à chaque calcul.

On procède exactement de la même manière que pour le navire léger, c'est à dire que l'on tient compte pour chaque objet de son poids « p<sub>i</sub> » et de sa position à bord définie par ses coordonnées « x<sub>i</sub> », « y<sub>i</sub> » et « z<sub>i</sub> » sur les 3 axes du navire. On peut faire un tableau récapitulatif comme ceci :

<b>Description</b>	<b><math>p_i</math></b>	<b><math>x_i</math></b>	<b><math>p_i x_i</math></b>	<b><math>y_i</math></b>	<b><math>p_i y_i</math></b>	<b><math>z_i</math></b>	<b><math>p_i z_i</math></b>
Objet N°1							
Objet N°2							
Objet N°3							
TOTAL des objets	$\sum p_i$		$\sum p_i x_i$		$\sum p_i y_i$		$\sum p_i z_i$
Navire lège	$P_L$	$X_L$	$P_L * X_L$	$Y_L$	$P_L * Y_L$	$Z_L$	$P_L * Z_L$
GRAND TOTAL							

La position du centre de gravité du navire chargé et équipé sera:

$$X_g = \frac{P_L * X_L + \sum p_i x_i}{P_L + \sum p_i}$$

$$Y_g = \frac{P_L * Y_L + \sum p_i y_i}{P_L + \sum p_i}$$

$$Z_g = \frac{P_L * Z_L + \sum p_i z_i}{P_L + \sum p_i}$$